Série A, n° 3558
N° d'ordre
4430

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Victor Georges SAADA

1re THÈSE

Etude théorique de l'écrouissage à partir d'un modèle de dislocations

2me THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 7 NOV 1960 devant la Commission d'examen

M. GUINIER, *Président*
M. CURIEN, *Examinateur*
M. FRIEDEL, *Examinateur*

ÉDITIONS MÉTAUX
32, Rue du Maréchal-Joffre, St-Germain-en-Laye (S.-&-O.)

Série A, n° 3558
N° d'ordre
4430

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Victor Georges SAADA

1re THÈSE

Etude théorique de l'écrouissage à partir d'un modèle de dislocations

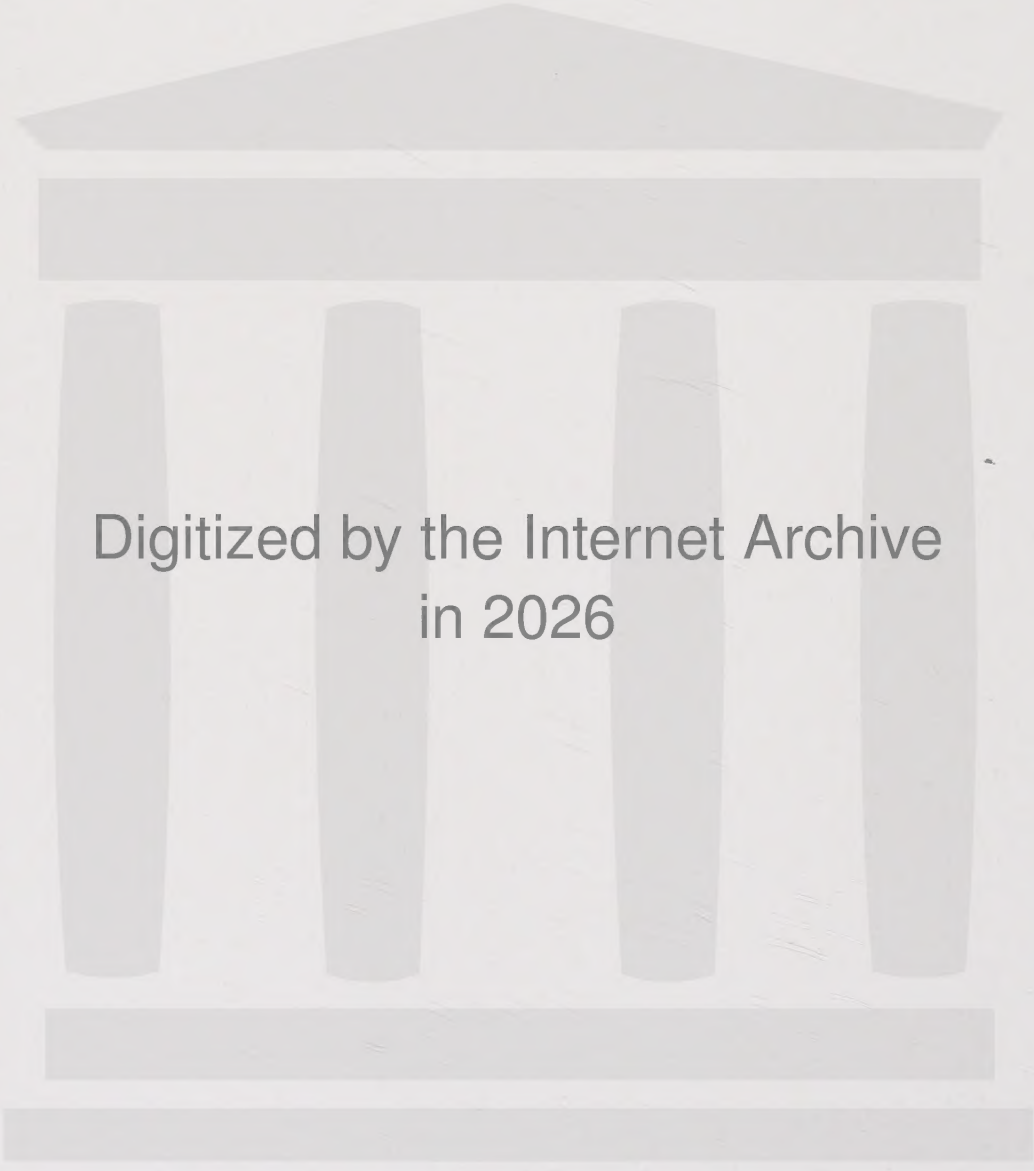
2me THÈSE. — **PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ**

Soutenues le devant la Commission d'examen

M. GUINIER, *Président*
M. CURIEN, *Examinateur*
M. FRIEDEL, *Examinateur*

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

A FRANÇOISE


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538125_0029

Faculté des Sciences de l'Université de Paris

PROFESSEURS

Doyen ..... J. PÉRÉS

MM.	G. JULIA .... T		Analyse supérieure et algèbre supérieure.
	DE BROGLIE .. T		Théories physiques.
	PRENANT .... T		Anatomie et Histologie comparées.
	PÉRÉS ..... T		Mécanique des fluides et applications.
	BARRABÉ .... T		Géologie structurale et géologie appliquée.
	J. BOURCART.. T		Géographie physique et géologie dynamique.
	PLANTEFOL .. T		Botanique
	GRASSÉ .... T		Evolution des êtres organisés.
	PRÉVOST .... T		Chimie organique.
	BOULIGAND .. T		Application de l'analyse à la géométrie.
	CHAUDRON .. T		Chimie appliquée.
	WYART ..... T		Minéralogie.
	TEISSIER .... T		Zoologie.
	MANGENOT .. T		Biologie végétale.
	P. AUGER .. T		Physique quantique et relativité.
	MONNIER .... T		Physiologie générale.
	PIVETEAU .... T		Paléontologie.
	ROCARD .... T		Physique (E.N.S.).
	H. CARTAN .. T		Mathématiques (E.N.S.).
	LAFFITTE .... T		Chimie générale.
	FAVARD .... T		Géométrie supérieure.
	COULOMB .... T		Physique du globe.
	Mlle COUSIN.. T		Biologie animale. (S.P.C.N.).
	CHRÉTIEN .. T		Chimie minérale.
	P. DRACH.... T		Zoologie.
	KASTLER .... T		Physique (E.N.S.)
	EPHRUSSI .. T		Génétique.
	WURMSER .... T		Biologie physico-chimique.
	RIVIÈRE .... T		Géologie (S.P.C.N.), Orsay.
	GAUTHERET .. T		Biologie végétale (P.C.B.).
	LUCAS ..... T		Recherches physiques.
	A. THOMAS .. T		Biologie cellulaire.
	ARNULF .... T		Optique appliquée.
	M. MORAND.. T		Enseignement de physique.
	SOLEILLET .. T		Physique (P.C.B.).
	FORTIER .... T		Mécanique expérimentale des fluides.
	DANJON .... T		Astronomie.
	PETIT ..... T		Biologie maritime.
	QUENEY .... T		Météorologie et dynamique atmosphérique.
	GALLIEN .... T		Embryologie.
	EICHHORN .. T		Biologie végétale (S.P.C.N.).
	DE CUGNAC .. T		Biologie végétale (S.P.C.N.).
	Mlle CAUCHOIS T		Chimie physique.
	THELLIER .. T		Physique du globe.
	L'HÉRITIER .. T		Génétique.
	GRIVET ..... T		Radioélectricité.
	PONCIN .... T		Mécanique générale.
MM.	DUBREIL .... T		Arithmétique et théorie des nombres.
	QUELET ..... T		Chimie organique.
	CAGNIARD .... T		Géophysique appliquée.
	CHAMPETIER.. T		Chimie macromoléculaire.
	CUVILLIER .. T		Micropaléontologie.
	JUNG ..... T		Pétrographie.
	TRILLAT .... T		Microscopie et diffraction électronique.
	WIEMANN .... T		Chimie organique et structurale.
	JACQUINOT .. T		Spectroscopie et physique céleste.
	VASSY ..... T		Physique de l'atmosphère.
	DESTOUCHES.. T		Théories physiques.
	M. PRUVOST.. T		Géologie.
	AMIEL ..... T		Chimie générale.
	HOCART .... T		Minéralogie.
	J.-P. MATHIEU T		Physique (option), Orsay.
	COUTEAUX .. T		Biologie animale (P.C.B.).
	MAY ..... T		Zoologie (Orsay).
	CHOQUET .... T		Théorie des fonctions et topologie.
	FELDMANN .. T		Biologie végétale marine.
	GUINIER .... T		Physique des solides.
	JOST ..... T		Physiologie comparée.
	FORTET .... T		Calcul de probabilités et physique mathématique.
	SCHWARTZ .. T		Calcul différentiel et intégral.
	CHOUARD .. T		Physiologie végétale.
	MALAVARD .. T		Aviation.
	BRELOT .... T		Calcul différentiel.
	NORMANT .. T		Synthèse organique
	BENARD .... T		Chimie minérale
	BUVAT ..... T		Botanique (E.N.S.).
	DUGUÉ ..... T		Statistiques mathématiques.
	GELOSO .... T		Chimie (S.P.C.N.).
	SOULAIRAC .. T		Psychophysiologie.
	ULRICH .... T		Physiologie végétale.
	MARÉCHAL .. T		Optique théorique et appliquée.
	KIRRMANN .. T		Théories chimiques.
	CHADEFAUD .. T		Botanique.
	Mlle LE BRETON T		Physiologie générale.
	SALEM ..... T		Mathématiques générales.
	LELONG .... T		Mathématiques générales.
	DEVILLERS .. T		Anatomie et histologie comparées.
	EHRESMANN .. T		Topologie algébrique.
	FRANÇON .... T		Physique (S.P.C.N.).
	GLANGEAUD .. T		Géographie physique et géologie dynamique.
	GODEMENT .. T		Mathématiques (M.G.P.).
	PISOT ..... T		Technique mathématique de la physique.
	ROCH (E.) .. T		Géologie.

MM.	SCHATZMANN..	T	Astrophysique.
	TERMIER	T	Paléontologie stratrigraphique.
	ZAMANSKY ..	T	Mathématiques générales.
	LENNUIER ..	T	Physique (M.G.P.)
	RIZET		Génétique.
	ROUTHIER ..	T	Géologie appliquée.
	Mme TONNELAT	T	Relativité.
	DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
	SOUCHAY	T	Chimie générale.
	AIGRAIN	T	Electrotechnique générale.
	BRUSSET		Chimie minérale.
	M. LÆVY	T	Physique théorique des hautes énergies.
	Mme CHAIX ..		Chimie biologique.
	Mme HUREL-PY		Biologie végétale (P.C.B.).
	PIAUX		Chimie (M.P.C.).
	BRUN	T	Mécanique expérimentale des fluides.
	LEDERER	T	Chimie biologique.
	Mme DUBREIL.	T	Mathématiques.
	Mme LELONG .	T	Mathématiques (E.N.S.).
	BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).
	COTTE	T	Physique (Orsay).
	DUBOIS J. E.	T	Chimie organique.
	LAMOTTE		Zoologie (E.N.S.).
	MICHEL A. ..	T	Chimie (S.P.C.N.).
	OLMER	T	Energétique générale.
	ROUAULT	T	Physique générale.
	GAUTHIER ..	T	Mécanique appliquée.
	BARCHEWITZ .	T	Chimie physique.
	BROSSEL	T	Physique atomique.
	BUSER		Physiologie comparée.
	CAMUS		Physiologie végétale (3e c.).
	CASTAING ..		Physique générale.
	CURIEN		Minéralogie et cristallographie.
	MOYSE	T	Physiologie végétale (Orsay).
	PANNETIER ..		Chimie (S.P.C.N.).
	POSSOMPES ..	T	Zoologie.
	PULLMANN ..		Chimie théorique.
	TEILLAC		Physique nucléaire et radioactivité.
	TONNELAT ..		Biologie physico-chimique.
	VILLE	T	Econométrie.
	WILLEMART ..		Chimie (P.C.B.).
	DODÉ	T	Chimie (S.P.C.N.), Orsay.
	FREYMANN ..	T	Physique générale.
	GUINOCHET ..	T	Biologie végétale (Orsay).
	ROLLET	T	Chimie (P.C.B.).
	Mlle JOSIEN..	T	Chimie (P.C.B.).
	CHEVALLEY ..	T	Géométrie algébrique et théorique des groupes.
	ARNOULT	T	Electronique.
	CHAPELLE ..	T	Physique (M.P.C.), Orsay.
	DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
	DENY	T	Mathématiques (M.G.P.).
MM.	GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.
	LUCAS G. ..	T	Géologie.
	ALLARD		Chimie physique.
	BERTHELOT ..		Physique nucléaire et radioactivité.
	BRICARD		Météorologie et physique de l'atmosphère.
Mme	ALBE-FESSARD		Psycho-physiologie.
	FRIEDEL		Physique des solides.
	M. JULIA		Etude des molécules organiques complexes.
	LENDER		Biologie animale (S.P.C.N.), Orsay.
	MAGAT		Physico-chimie des rayonnements.
	Mlle QUINTIN	T	Electrochimie.
	MONOD	T	Chimie du métabolisme.
	BENOIT	T	Physiologie animale.
	DE POSSEL ..	T	Analyse numérique.
	CHARLOT	T	Chimie analytique.
	HAISSINSKY ..	T	Radiochimie.
	LEMÉE	T	Physiologie (B.M.P.V.).
	GUÉRIN	T	Chimie (M.P.C.).
	CHATELET M.		Chimie (S.P.C.N.).
	JEAN		Physique nucléaire et radioactivité.
	MATTLER ...		Physique (S.P.C.N.).
	MICHEL (Louis)		Physique théorique des hautes énergies.
	RUMPF		Chimie (P.C.B.).
	BERGERARD		Zoologie (Orsay).
	BERTEIN		Electronique.
	BOUISSIÈRES		Chimie des radioéléments.
	Mme COUTURE		Physique (P.C.B.).
	ELLENBERGER		Géologie structurale et géologie appliquée.
	FRANC		Biologie animale.
	SCHNELL ..		Botanique tropicale.
	STOLKOWSKI		Physiologie générale.
	ACHER		Chimie biologique (Orsay).
	BAUDOIN		Biologie animale (P.C.B.).
	BEAUMONT ..		Biologie animale (S.P.C.N.).
	BLAMONT		Géophysique ionosphère.
	BOURREAU ..		Biologie végétale S.P.C.N. (Orsay).
	CURIE D. ..		Physique (M.G.P.).
	DURANT-DELGA		Géologie
	FRÉON		Chimie (P.C.B.).
	HELLER		Physiologie végétale.
	TORTRAT		Calcul des probabilités.
	CAILLEUX ..		Géologie (S.P.C.N.).
	MAGNAN		Physique (M.P.C.).
	DAUDEL		Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
	Mlle FOURCROY		Biologie végétale (S.P.C.N.).

Secrétaire général ..... M. C. MONIER.

TABLE DES MATIÈRES

RESUME 9

CHAPITRE I. — INTRODUCTION. GÉNÉRALITÉS SUR LA DÉFORMATION PLASTIQUE 10

1. Déformation élastique. Déformation plastique. Durcissement.
2. Principaux faits expérimentaux relatifs à l'écrouissage.
3. Théorie de Taylor. Dislocations.
4. Dislocations dissociées. Barrières de Lomer Cottrell.
5. Crans sur les dislocations. Théories de Cottrell, Friedel et Seeger.
6. Modèle pour l'étude du durcissement.

CHAPITRE II. — INTERACTION ÉLASTIQUE A DISTANCE DE DISLOCATIONS QUI SE REPOUSSENT 19

1. Introduction.
2. Interaction élastique à distance de deux dislocations.
3. Action à distance d'une barrière de dislocations sur une dislocation flexible.
4. Energie d'activation.

CHAPITRE III.— CONTRAINTES INTERNES CRÉÉES PAR LA RECOMBINAISON DE DISLOCATIONS QUI S'ATTIRENT 28

1. Introduction.
2. Interaction de deux dislocations fixées à leurs extrémités.
3. Interaction d'une dislocationmobile et d'une barrière de dislocations.
4. Interaction d'une dislocation mobile et d'une barrière de dislocations très rapprochées.

CHAPITRE IV. — APPLICATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS A L'ÉTUDE DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE 44

1. Introduction.
2. Limite élastique des monocristaux.
3. Durcissement des monocristaux métalliques purs de structure cubique à faces centrées.
4. Conclusions générales.

ANNEXE CHAPITRE II 44

ANNEXE CHAPITRE III 51

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 54

REMERCIEMENTS 55

Etude théorique de l'écrouissage à partir d'un modèle de dislocations

RÉSUMÉ

Le propos de ce travail est de rendre compte des propriétés plastiques des monocristaux métalliques purs à partir d'un modèle dans lequel nous supposons que les seules contraintes internes proviennent d'une forêt de dislocations créées par l'écrouissage.

Dans un premier chapitre nous exposons brièvement les principaux faits expérimentaux et les principales théories concernant le durcissement : forme des courbes de traction des monocristaux, diagrammes de rayons X, observations micrographiques des surfaces d'éprouvettes déformées, observations au microscope électronique, théories de Mott, Cottrell, Friedel, Hirsch et Seeger. Nous montrons la nécessité de faire une analyse plus détaillée de l'interaction des dislocations et de distinguer les actions élastiques à distance des réactions de Hirsch.

Le second chapitre est consacré à l'étude d'un modèle simplifié pour décrire l'interaction élastique à distance. Dans une première partie, nous examinons l'action d'une dislocation rigide sur une dislocation flexible glissant dans un plan d'orientation quelconque. Nous montrons que la configuration de ces deux dislocations est toujours très instable et que la dislocation flexible ne peut être une boucle entourant la dislocation rigide. Dans une seconde partie, nous appliquons ces résultats à l'étude de l'interaction d'une barrière de dislocations rigides, identiques, équidistantes et parallèles, et d'une dislocation mobile soumise à une contrainte extérieure uniforme. Afin de simplifier les calculs nous faisons l'approximation consistant à séparer le plan en régions dans chacune desquelles une seule contrainte — contrainte extérieure ou contrainte due à l'action d'une seule dislocation de la barrière — s'exerce sur la dislocation mobile. Les principaux résultats obtenus à l'aide de ce modèle sont les suivants :

— La dislocation mobile est très peu déviée par la dislocation fixe.

— Lorsque la dislocation mobile se trouve à une distance de la barrière supérieure ou égale à une certaine valeur δ, elle subit une contrainte inversement proportionnelle à sa distance à la barrière. Lorsque cette distance est inférieure ou égale à δ, elle subit une contrainte indépendante de la distance, correspondant au maximum de l'action de la barrière. δ est de l'ordre de $0{,}2\ l$ où l mesure l'écartement entre les dislocations de la barrière.

— La contrainte maximum σ_m dépend très fortement de l'orientation et de l'inclinaison de la barrière. Une moyenne effectuée sur quelques cas particuliers donne $\sigma_m \simeq \frac{\mu b}{10\ l}$ où μ est la constante élastique du solide et b la longueur commune des vecteurs de Burgers des dislocations.

— Le franchissement de la barrière sous une contrainte inférieure à σ_m nécessite une forte énergie d'activation.

— Le franchissement de la barrière sous une contrainte égale à σ_m demande encore la formation de crans par activation thermique.

Nous considérons au troisième chapitre l'influence des réactions de Hirsch. A condition de ne pas tenir compte des interactions élastiques à distance, les calculs sont plus simples et il est possible d'étudier systématiquement

tous les cas physiquement intéressants. Selon que nous désirons étudier l'influence de la forêt de dislocations ou le croisement de deux systèmes de glissement, nous devons examiner deux modèles.

Dans le premier cas, les résultats obtenus sont les suivants :

— La configuration d'équilibre est stable tant que l'on n'atteint pas une cission critique. Après la rupture d'équilibre, l'évolution du système est dynamique.

— La dislocation flexible est considérablement déviée.

— Les contraintes critiques sont en moyenne de l'ordre de $\frac{\mu b}{2{,}5\ l}$.

— Le processus nécessite une forte énergie d'activation.

— La formation des crans ne nécessite pas un apport d'énergie thermique.

Dans le second cas, les résultats précédents restent qualitativement valables. Les contraintes sont toutefois de l'ordre de $\frac{2\mu b}{l}$.

Le dernier chapitre est consacré à une application physique des résultats précédents aux monocristaux métalliques CFC et permet de préciser les points suivants :

1. - Limite élastique.

a) En supposant que le réseau de Frank du cristal est seul responsable des contraintes internes, on peut calculer une limite élastique théorique qui est en bon accord avec les valeurs expérimentales.

b) La limite élastique dépend de la température. Cette dépendance, analysée par Seeger, est bien expliquée par notre modèle.

2. - Durcissement.

a) Notre modèle confirme l'interprétation de Seeger pour la loi de Cottrell-Stockes.

b) Nous construisons un modèle de durcissement susceptible de décrire quantitativement les phénomènes au cours du stade de durcissement linéaire :

— Pente des courbes de traction.

— Variation de la contrainte en fonction de la densité des dislocations.

— Longueur des lignes de glissement.

3. - Production de défauts au cours de l'écrouissage.

Nous montrons que l'on peut déterminer la loi de variation du nombre de défauts ponctuels formés au cours de l'écrouissage. La comparaison avec les résultats expérimentaux est satisfaisante.

Dans tout notre travail, nous faisons l'hypothèse que les dislocations ne sont pas dissociées. Nous justifions cette approximation.

CHAPITRE I

Généralités sur la déformation plastique

I. — DÉFORMATION ÉLASTIQUE, DÉFORMATION PLASTIQUE, DURCISSEMENT

La déformation d'un solide cristallin soumis à une contrainte peut être proportionnelle à celle-ci et réversible; elle est alors dite élastique et peut être entièrement déterminée à partir de nos connaissances de la structure cristalline et des forces interatomiques. Dans le cas contraire la déformation est dite plastique.

Un monocristal pur, soumis à une contraire σ, se déforme élastiquement tant que la contrainte appliquée est inférieure à une certaine valeur critique σ_c, appelée limite élastique du monocristal. Lorsque la contrainte appliquée est supérieure à cette valeur critique, le cristal se déforme plastiquement. Cette déformation s'accompagne d'un durcissement, ou écrouissage : il est nécessaire d'accroître la contrainte pour poursuivre la déformation.

Les théories actuelles de l'écrouissage partent toutes de l'hypothèse que la déformation plastique est le fait du mouvement des dislocations, le durcissement étant dû au contraire au blocage de celles-ci.

Après avoir exposé brièvement les principaux faits expérimentaux relatifs à l'écrouis-

sage et aux dislocations, nous montrerons comment les théories de Taylor [1], Mott [2], Hirsch [3], Friedel [4] et Seeger [5], permettent d'expliquer certains résultats expérimentaux. Le propos de cette thèse sera alors de compléter ces théories en étudiant d'une manière plus détaillée l'interaction d'une dislocation en mouvement avec les autres dislocations présentes dans le cristal.

Nous utiliserons le fait que ces dislocations forment le plus souvent un réseau tridimensionnel [23] de pas l, qui se réduit au réseau de Frank [6] du cristal lorsque la déformation plastique n'a pas commencé.

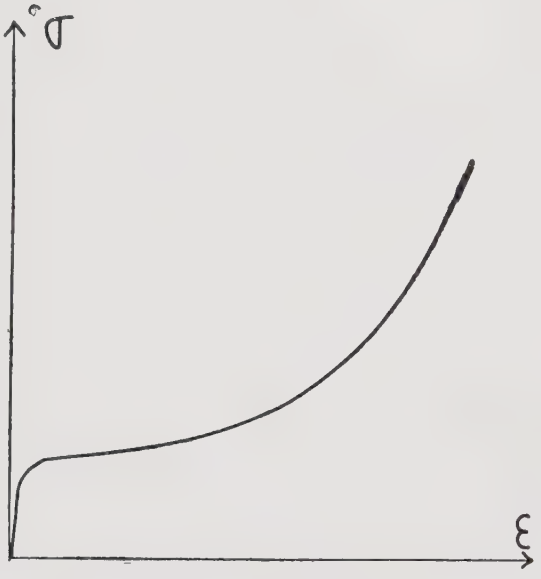
2. — PRINCIPAUX FAITS EXPÉRIMENTAUX RELATIFS A L'ÉCROUISSAGE

2.1. - Courbes de traction

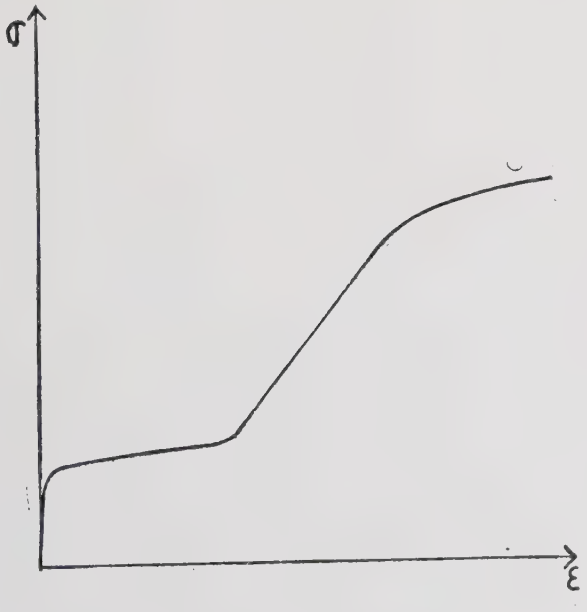
Le tracé des courbes de traction permet de montrer que le mode de déformation d'un solide est fortement lié à sa structure cristalline. Ce fait est illustré par les figures (1, 1) (1, 2) et (1, 3) représentant respectivement des courbes de traction de métaux cubiques à faces centrées (aluminium), et hexagonaux compacts (zinc) et d'un solide ionique (LiF).

Dans un métal hexagonal compact [7], nous constatons l'existence de deux stades de durcissement. Le premier allant jusqu'à des allongements supérieurs à 100 %, le second jusqu'à la rupture. La limite élastique est très faible, l'influence de la température considérable.

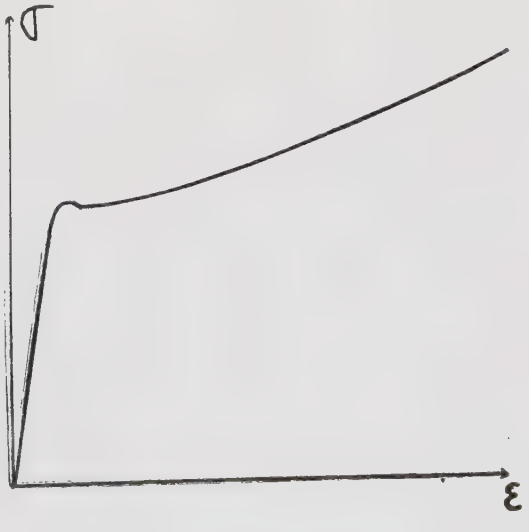
Dans les métaux cubiques à faces centrées [8] auxquels nous nous intéresserons plus par-



1.2. - Courbe de traction de métal H.C.

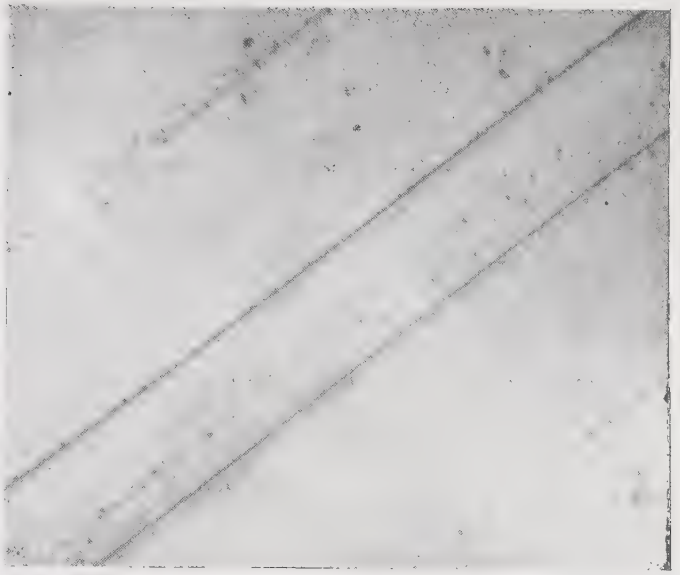


1.1. - Courbe de traction de métal C.F.C.

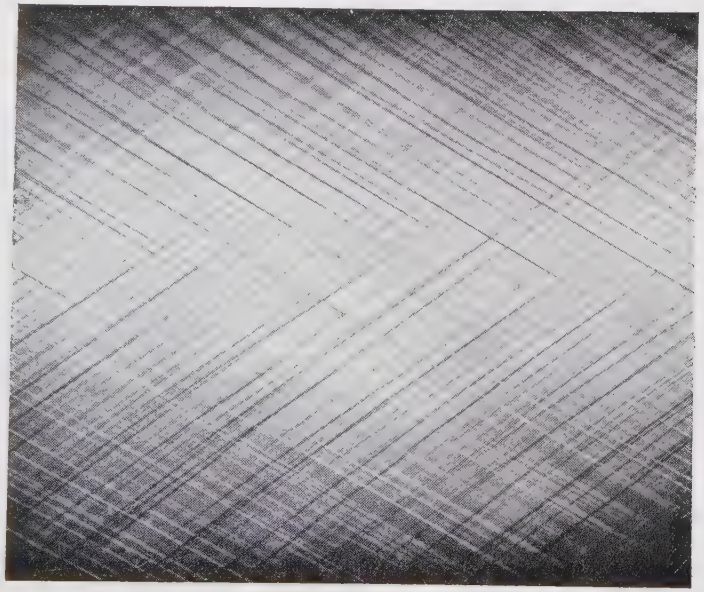


1.3. - Courbe de traction de solide ionique.

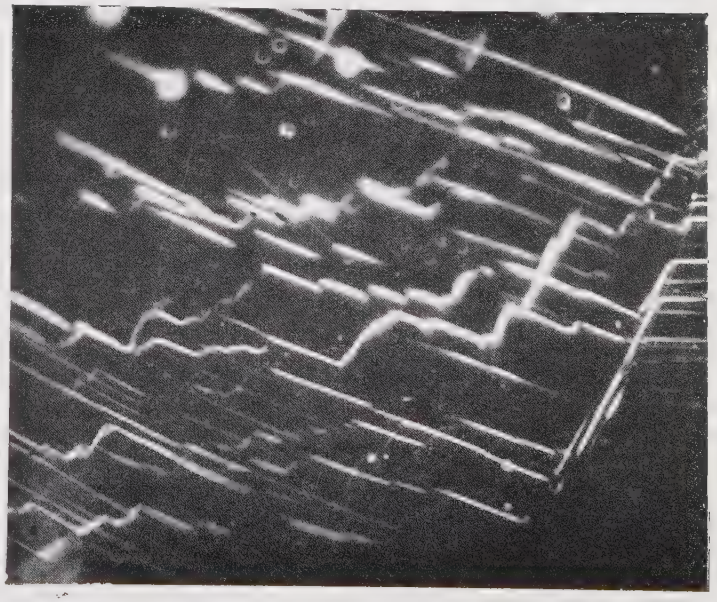
1.4. - Pliage mince dans une éprouvette d'aluminium après une traction de 5 %. — Photo Jaoul.



1.5. - Lignes de glissement dans l'aluminium faiblement déformé. — Photo Jaoul.



1.6. - Lignes de glissement au cours du durcissement linéaire. — Photo Jaoul.



1.7. - Cross-slip. — Photo Jaoul.

ticulièrement, le durcissement comporte trois stades :

Stade 1 : Appelé également stade de glissement facile [9]. Le durcissement est faible, de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4} μ (où μ est le module élastique) et à peu près constant pour un cristal donné. Il dépend de la température.

Stade 2 : Appelé stade de durcissement linéaire [10]. Le durcissement est constant, indépendant de la nature du cristal, de son orientation et de la température. Il est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ μ.

Stade 3 : Appelé stade parabolique. Le durcissement dépend très fortement de la température.

2.2. - Etude micrographique des surfaces

L'étude micrographique des surfaces des éprouvettes permet parfois de distinguer dès le début de la déformation, des bandes de pliage [11] (fig. 1, 4) caractérisant une flexion macroscopique du réseau. Ces bandes apparaissent avant que ne commence la déformation plastique proprement dite. Le fait qu'elles sont liées à l'existence d'une flexion est confirmée par la présence d'astérismes dans les diagrammes de rayons X. La déformation plastique proprement dite est caractérisée par l'apparition sur la surface de lignes de glissement [12]. Longues, fines, parallèles et régulièrement espacées pour les métaux hexagonaux compacts et les métaux cubiques à faces centrées au premier stade de la déformation (fig. 1,5), elles se groupent en bandes de glissement courtes et sécantes (fig. 1, 6) dans le stade de durcissement linéaire. Lors du troisième stade, elles sont très courtes et reliées par des déviations (fig. 1, 7).

Une analyse cristallographique des glissements et des directions de glissement permet alors d'affirmer que les métaux hexagonaux compacts se déforment par glissement sur le plan de base, les métaux cubiques à faces centrées par glissement sur les plans cristallographiques les plus denses, les plans (111). On voit, par exemple, au cours du premier stade, que le glissement se produit sur un seul plan. Dans tous les cas, le glissement se fait dans les directions cristallographiques les plus denses.

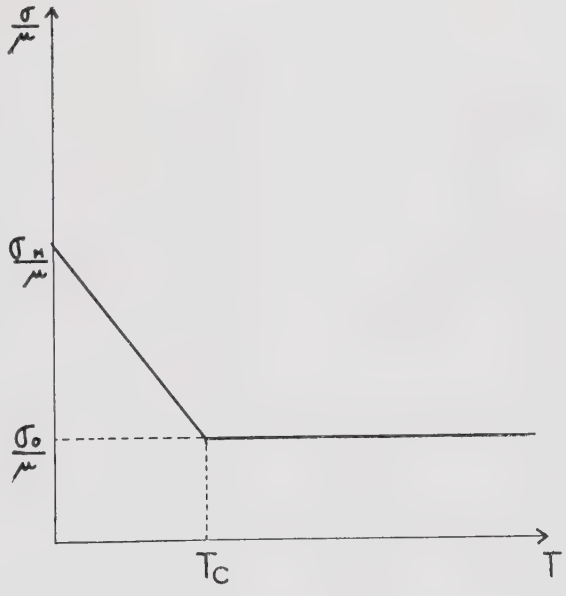
Ces observations ont conduit Schmidt et Boas [13] à formuler les deux lois suivantes :

— Une contrainte donnée provoque un glissement dans la direction et sur les plans cristallographiques denses pour lesquels sa composante appelée cission réduite est maximum.

— La cission réduite critique est indépendante de l'orientation du cristal.

2.3. - Expériences de Cottrell et Stokes [14]

Lorsque l'on mesure le rapport $\frac{\sigma_c(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}{\mu}$ de la cission réduite critique, pour une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et une déformation ε données, au module élastique et que l'on étudie la variation de ce rapport avec la température, on



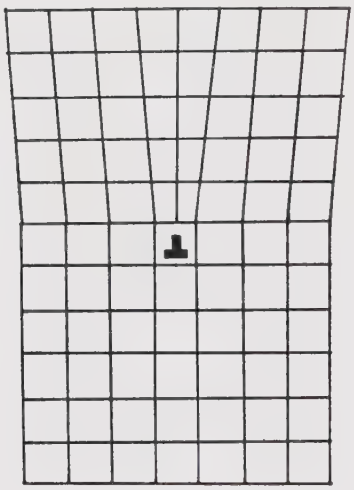
1.8. - Loi de Cottrell-Stokes.

obtient le résultat représenté figure 1, 8. Lorsque la température est inférieure à une certaine valeur critique T_c, le rapport $\frac{\sigma_c(\varepsilon, \dot{\varepsilon})}{\mu}$ varie linéairement en fonction de la température. Ce rapport reste indépendant de la température lorsque celle-ci est supérieure à la température critique.

De plus, le rapport $\frac{\sigma_0/\mu}{\sigma_T/\mu}$ de la contrainte indépendante de la température à la contrainte dépendant de la température est constant.

3. — THÉORIE DE TAYLOR [1] DISLOCATIONS

L'application des lois de l'élasticité classique au calcul de la contrainte de cisaillement de deux plans atomiques donne des résultats 10^3 fois supérieurs aux résultats obtenus expérimentalement [15]. Orowan [16], Polanyr [17] et Taylor ont eu alors indépendamment l'idée de généraliser aux cristaux la notion de dislocation définie par Volterra [18] pour les milieux continus (fig. 1, 9). Ils admettaient



1.9. - Dislocation coin.

que le glissement ne se faisait pas par plans entiers mais par mouvement d'une dislocation dans un plan de glissement; la traversée complète de ce plan par la dislocation mobile était équivalente au décalage d'une distance interatomique des deux parties du cristal situées de part et d'autre du plan de glissement.

Dans sa théorie du durcissement, Taylor supposait donc que le mouvement d'une dislocation ne pouvait s'effectuer que dans un plan dense et qu'il était entravé par la présence d'un réseau fixe et régulier de dislocations parallèles. Ce réseau créait un champ de contraintes périodiques dans le cristal, empêchant ainsi les dislocations, engendrées au fur et à mesure de la déformation, de parcourir des distances trop importantes.

Taylor montrait notamment que les contraintes internes σ_i étaient de la forme :

$$\sigma_i = \frac{\mu b}{\beta l}$$

où μ était le module élastique du cristal, b le vecteur de Burgers de la dislocation, β un coefficient numérique et l la distance moyenne entre dislocations. A partir de cette formule, Taylor montrait que les courbes de traction devaient avoir une forme parabolique au début de la déformation. Toutes les théories qui ont suivi celle de Taylor ont tendu à affiner la notion de dislocation et celle du champ de contraintes périodiques.

En ce qui concerne ces dernières, nous verrons que les travaux qui se sont succédés depuis ceux de Taylor ont eu pour effet d'introduire une répartition géométrique de dislocations de plus en plus complexe.

Il est remarquable de constater que tous ces travaux ont confirmé les points essentiels de la théorie de Taylor.

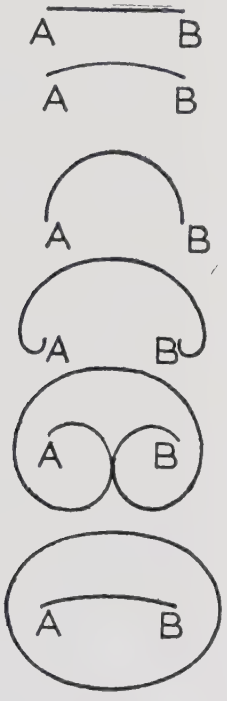
Dans l'état actuel de nos connaissances [12], une dislocation est caractérisée par son vecteur de Burgers [19]. Celui-ci correspond aux directions de glissement. On a pu montrer par ailleurs que l'énergie élastique emmagasinée par une dislocation était proportionnelle au carré de la longueur de son vecteur de Burgers et justifier ainsi le fait que les directions de glissement correspondent aux rangées les plus denses. De même l'étude de l'interaction d'une dislocation et d'un réseau cristallin par ailleurs parfait a permis de mettre en évidence une force [20] de frottement d'autant moins intense que le plan dans lequel se trouve la dislocation est plus dense. Cette force de frottement ne peut d'ailleurs à elle seule expliquer l'existence de la limite élastique et du durcissement.

Le mouvement d'une dislocation hors de son plan de glissement ne peut se faire sans déplacement de matière, création de lacunes ou d'interstitiels. Cette « montée » ne peut s'effectuer sans l'aide de la diffusion, elle est donc susceptible d'être activée thermiquement.

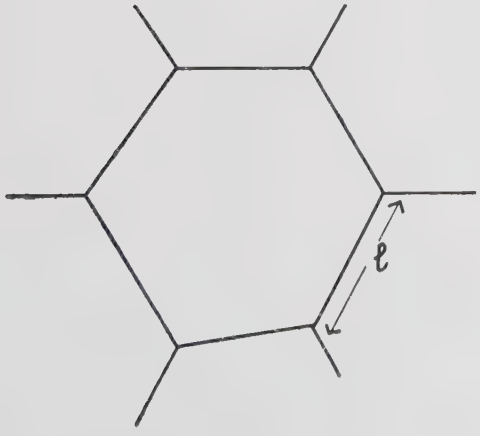
Frank et Read [21] ont d'autre part résolu (fig. 1, 10) le problème de la création des dislocations : un arc de dislocation de longueur l, fixé à ses deux extrémités est flexible et possède une tension de ligne τ. Si donc l'on exerce une contrainte extérieure σ, la dislocation s'incurve. Lorsque la contrainte atteint une valeur critique $\sigma_c = \frac{\mu b}{l}$, l'arc de dislocation prend la forme d'un demi-cercle. Lorsque la contrainte est supérieure à cette valeur $\frac{\mu b}{l}$ l'arc se développe en spirales et

émet alors des boucles de dislocations. Cette émission n'est limitée que par les contraintes exercées sur la source par les boucles émises.

Frank [6] a prévu théoriquement l'existence, dans tout cristal de dimensions suffisantes, d'un réseau tridimensionnel de dislocations de pas l (fig. 1, 11). Ce réseau rend d'ailleurs à peu près compte des faibles désorientations observées aux rayons X et correspond à ce que l'on a appelé la structure mosaïque des cristaux [12].



1.10. - Source de Frank-Read.



1.11. - Réseau de Frank.

On a réussi à confirmer ces prévisions théoriques à l'aide d'observations directes de dislocations. Parmi les méthodes employées, citons notamment : les rayons X [22], le microscope électronique [23], qui permet des grossissements considérables, la précipitation de particules opaques au rayonnement infra-rouge dans le silicium [24], ou d'argent colloïdal opaque à la lumière dans les halogénures d'argent [25], et enfin l'étude des figures d'attaque [26] des dislocations débouchant à la surface des solides.

4. — DISLOCATIONS DISSOCIÉES [12] BARRIÈRES DE LOMER-COTTRELL [27] THÉORIES DE MOTT [2] ET FRIEDEL [4]

Shockley [28] et Frank [29] ont introduit la notion de dislocation imparfaite dans les structures compactes. Il s'agit de dislocations dont le vecteur de Burgers ne serait pas une période du réseau. Une dislocation de vecteur de Burgers $\vec{b}$ peut alors se dissocier en deux dislocations de vecteur de Burgers $\vec{b}_1$ et $\vec{b}_2$, telles que $\vec{b} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$ et $\vec{b}_1 . \vec{b}_2 > 0$, séparées par une faute d'empilement dont la largeur est fonction de l'énergie de faute du métal considéré.

Reprenant une suggestion de Lomer [30], sur laquelle nous revenons plus loin, Cottrell a montré que deux dislocations dissociées, glissant dans des plans différents d'un métal cubique à faces centrées, peuvent donner à l'intersection de ces plans une dislocation imparfaite sessile qui constitue une barrière extrêmement stable.

La théorie de Mott suppose alors essentiellement deux choses :

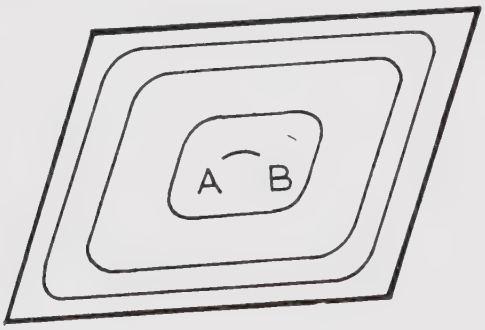
— La déformation plastique débute avec la mise en mouvement de la plus longue des sources de Frank-Read présentes dans le cristal.

— Tant qu'il n'y a pas trop de sources actives, la probabilité de former une barrière de Cottrell est faible, le glissement est facile. Au bout d'un certain temps cependant les barrières commencent à se former. Il se crée alors des empilements sur ces barrières. En appliquant à ces empilement les résultats de Frank, Esheldby et Nabarro [31], Mott montre

alors qu'ils bloquent les sources qui leur ont donné naissance, mais créent des concentrations de contraintes qui déclenchent le fonctionnement d'autres sources.

Mott considère alors que le champ de contraintes de Taylor est le fait des empilements, un empilement de n dislocations ayant chacune un vecteur de Burgers $\vec{b}$ étant assimilé à une dislocation de vecteur de Burgers $n\vec{b}$. L'étude de la propagation d'une dislocation dans ce champ de contraintes se fait alors d'une manière analogue à celle employée par Taylor et conduit à un durcissement parabolique.

Friedel [10] introduit un champ de contraintes à deux dimensions en faisant remarquer que, dans un métal cubique à faces centrées, chaque plan de glissement possède deux directions possibles de barrières de Cottrell. Il suppose alors (fig. 1, 12) qu'au bout d'un certain temps chaque plan de glissement est divisé en parallélogrammes dont les côtés sont des barrières de Cottrell. Ceci conduit à une théorie qualitativement satisfaisante du durcissement linéaire. Le durcissement calculé à partir de ce modèle simple est 50 fois plus fort que celui que l'on observe réellement. Friedel fait alors remarquer que ce désaccord peut être dû à une relaxation plastique en tête d'empilement.



1.12. - Modèle de Friedel pour le durcissement linéaire.

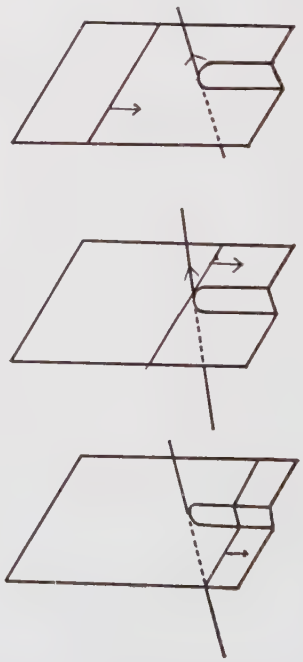
5. — CRANS SUR LES DISLOCATIONS THÉORIES DE COTTRELL [32] FRIEDEL [33] ET SEEGER [5]

Heidenreich et Shockley [28] ont fait remarquer que le croisement de deux dislocations (fig. 1, 13) produit sur chacune d'elles un cran dont la longueur et la direction sont celles du vecteur de Burgers de l'autre dislocation. Cette propriété résulte de la définition même des dislocations; elle est illustrée sur la figure (1, 13). Lorsque l'on a des dislocations dissociées, le cran est plus difficile à former; si d est la largeur commune des dislocations, on peut montrer que cette énergie U_{fc} est de l'ordre de $\frac{\mu\, b^2\, d}{30}$.

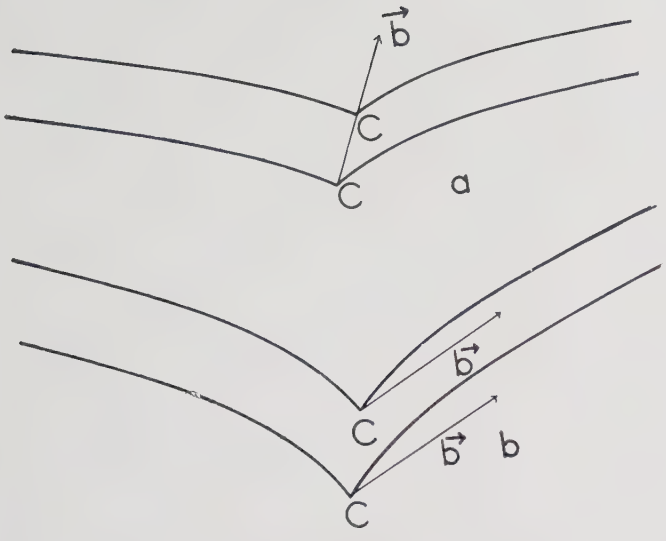
Si l'on se reporte à la figure (1, 13), on peut voir que lorsque les dislocations se sont croisées en prenant chacun un cran, le mouvement de celui-ci n'est pas forcément un glissement. Sur une dislocation vis notamment, ce mouvement est toujours une montée. Nous montrons sur les figures (1, 14) que le vacteur de Burgers $\vec{b}$ d'une dislocation possédant un cran C doit être à l'intérieur de l'angle formé par les deux arcs de dislocation aboutissant en C si l'on veut que ce cran puisse glisser avec la dislocation.

Nous avons vu que la formation de cran nécessitait une certaine énergie U_{fc}; ce cran est, d'autre part, formé lorsque les dislocations parcourent de faibles distances. Le processus de formation de cran peut donc être activé thermiquement.

Mott [37], Cottrell [38] et Seeger [5] ont émis l'hypothèse que le principal obstacle à la propagation des dislocations est constitué par le



1.13. - Formation de cran par croisement de dislocations.



1.14 *a*. - Le cran peut suivre le glissement de la dislocation sans monter.

1.14 *b*. - Le cran ne peut que monter s'il veut suivre la dislocation. Il freine donc celle-ci en laissant une traînée de lacunes.

réseau tridimensionnel de dislocations. Seeger propose alors un modèle dans lequel il considère que les contraintes internes comprennent deux termes :

— Un terme σ_0 provenant de l'interaction des dislocations mobiles avec les branches du réseau qui lui sont parallèles. Ce terme de l'ordre de $\frac{\mu\, b}{\beta\, l}$, où l est cette fois le pas du réseau, est indépendant de la température car il correspond à des contraintes à grandes distances.

— Un terme σ_T provenant de l'interaction au contact de la dislocation mobile et des dislocations de la forêt de dislocations perçant le plan de glissement. Nous avons vu, en effet, que cette interaction correspondait à la formation de crans. Ce processus peut être activé thermiquement et le terme σ_T correspond à une contrainte interne dépendant de la température.

Hirsch [3] a précisé ce point de vue en faisant remarquer qu'il était nécessaire d'étudier les contraintes provenant de l'action élastique à distance des dislocations perçant les plans de glissement des dislocations mobiles. Il a également fait observer que, dans certaines structures, le croisement de deux dislocations produit une réaction susceptible de contribuer au durcissement.

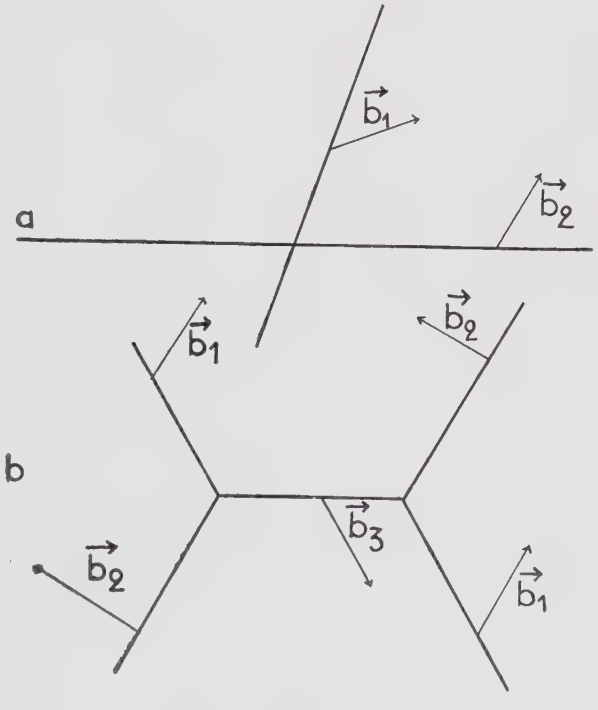
Soient deux dislocations L_1 et L_2 de vecteur de Burgers $\vec{b}_1$ et $\vec{b}_2$, sécantes en un point O (fig. 1, 15 *a*). L'équilibre au point O nécessite que : $\vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 0$.

Si $\vec{b}_1 + \vec{b}_2 \neq 0$, plusieurs cas peuvent se présenter :

— $\vec{b}_1 . \vec{b}_2 > 0$. Les dislocations se repoussent.

— $\vec{b}_1 . \vec{b}_2 < 0$. Les dislocations s'attirent, et s'il peut exister dans le réseau cristallin une dislocation de vecteur de Burgers $\vec{b}_3$ telle que $\vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3 = 0$, il y a séparation du point quadruple O en deux points triples O_1 et O_2 joints par une dislocation L_3 de vecteur de Burgers $\vec{b}_3$. On obtient la configuration 1.15 *b*. Cette configuraion est alors assez stable et l'on conçoit que cette réaction soit un obstacle à la mobilité des dislocations.

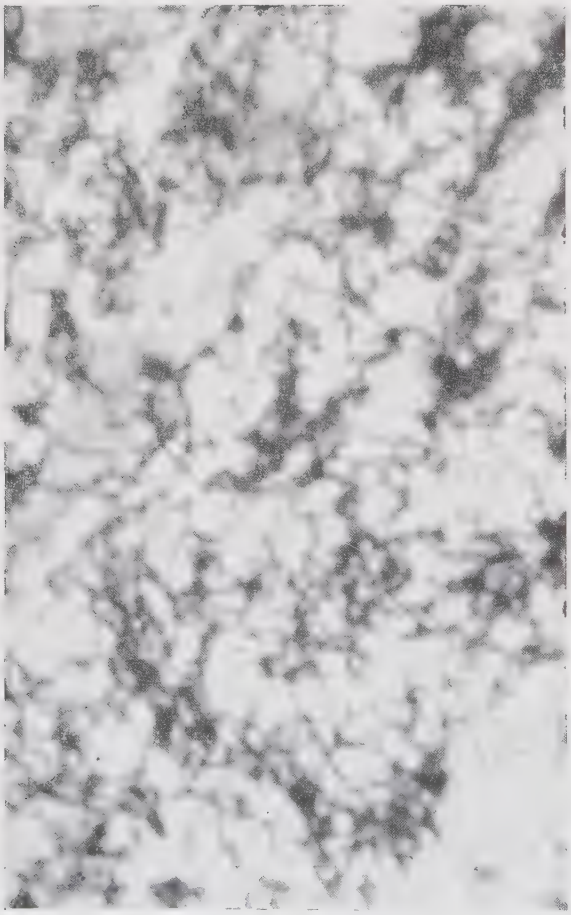
Les idées de Hirsch conduisent donc tout naturellement à l'élaboration d'un modèle à trois dimensions. C'est ce modèle que nous proposons au paragraphe suivant.



1.15. - Réaction de Hirsch.

6. — MODÈLE POUR L'ÉTUDE DU DURCISSEMENT

Les photographies de Whelan [39] au microscope électronique montrent que dès que la déformation atteint quelques pour cent, la structure du réseau de dislocation est homogène et à peu près isotrope (fig. 1, 16). Il est donc naturel d'essayer de construire, selon les grandes lignes esquissées aux paragraphes précédents, un modèle du durcissement dans lequel les contraintes internes dues à la présence du réseau de Frank seraient seules responsables de l'existence d'une limite élastique et où le réseau tridimensionnel de dislocations serait la cause du durcissement. L'hypothèse de Mott, en effet, selon laquelle la déformation plastique serait déclenchée par la mise en action d'une source de longueur supérieure à celles des autres, la limite élastique étant la contrainte nécessaire à la mise en activité de cette source, n'est pas compatible avec l'existence d'une limite élastique bien définie, dépendante de la température. Nous admettrons donc que les contraintes internes dues au réseau de dislocations sont seules responsables de la limite élastique et du durcissement des monocristaux.



1.16. - Photographie au microscope électronique (× 70 000) d'acier inoxydable étiré à 8 %. D'après Whelan.

Avant de proposer un modèle il convient de savoir si le déplacement d'une dislocation dans un métal ou dans un solide ionique, au cours de l'écrouissage, est un processus dynamique ou, au contraire, quasi statique. Les expériences de Gilman [34] sur le fluorure de lithium et de Low [35] sur le fer ont montré que lors de l'écrouissage les dislocations se déplacent dans ces solides à des vitesses de l'ordre de 10^{-2} cm . s^{-1}, l'énergie cinétique moyenne transportée est alors négligeable et l'emploi d'un modèle statique se rouve justifié.

L'interaction d'une dislocation mobile avec les dislocations du réseau de dislocations comprend deux termes :

— Interaction avec les dislocations du réseau tridimensionnel ne perçant pas le plan. On peut dire que les dislocations suffisamment éloignées du plan de glissement de la dislocation mobile donnent des contraintes nulles en moyenne. Par contre celles qui sont très proches créent un champ de contraintes périodique de période l et d'intensité $\frac{\mu b}{2\pi l}$.

— Interaction d'une dislocation mobile avec les dislocations de la forêt.

D'après ce que nous avons vu il est nécessaire de distinguer deux cas :

a) La recombinaison n'est pas possible : on considérera alors le modèle simplifié dans lequel la forêt est remplacée par une barrière de dislocations rigides fixes équidistantes parallèles et identiques. Les contraintes calculées à partir de ce modèle sont très anisotropes et de l'ordre de $\frac{\mu b}{10 l}$ en moyenne. La dislocation mobile est alors très peu déviée et le calcul montre que l'activation thermique joue un rôle négligeable, sauf pour la formation du cran.

b) La recombinaison est possible.

Selon que nous voulons étudier la traversée d'une forêt de dislocations ou le franchis-

sement d'un système de glissement, nous utilisons deux modèles :

— Dans le premier, la dislocation mobile est supposée fixée en deux points et n'a pour obstacle que les dislocations de la forêt. Les contraintes internes sont de l'ordre de $\frac{\mu b}{3 l}$ en moyenne, l'activation thermique joue un rôle négligeable même pour la formation des crans et la dislocation mobile est fortement déviée. On montre également que la fin du processus de franchissement est forcément dynamique.

— Dans le second, la dislocation mobile est infinie, les dislocations fixes forment une barrière analogue à celle définie au cas *a*). Les résultats sont qualitativement les mêmes. Les contraintes internes dans ce cas sont cependant plus fortes, de l'ordre de $2 \frac{\mu b}{l}$.

Après avoir étudié et justifié ces modèles aux chapitres 2 et 3, nous passerons au chapitre 4 à une étude générale des phénomènes de durcissement.

CHAPITRE II

Interaction élastique à distance de dislocations qui se repoussent

I. — INTRODUCTION

Cette interaction qui correspond, rappelons-le, au cas où la réaction de Hirsch [3] (fig. 1, 15) ne se produit pas, a été étudiée dans le cas simple de dislocations non dissociées rigides rectilignes et parallèles [40].

En conservant l'hypothèse que les dislocations ne sont pas dissociées, nous allons donner dans ce chapitre un modèle très simplifié pour l'étude de l'interaction d'une dislocation, flexible et mobile dans son plan de glissement, avec la forêt de dislocations perçant ce plan.

Au paragraphe 3, nous examinerons l'interaction d'une dislocation rectiligne et rigide L et d'une dislocation L' flexible, dotée d'une tension de ligne τ et mobile dans son plan de glissement. Nous admettrons que les deux dislocations sont de longueur infinie, qu'il n'y a pas de contraintes extérieures et que l'orientation relative des dislocations L et L' est quelconque.

Au paragraphe 3, nous construirons un modèle approximatif permettant de déterminer l'ordre de grandeur de l'action à distance d'une barrière de dislocations rigides, infinies identiques, parallèles et équidistantes sur une dislocation flexible et mobile.

Nous mettrons alors en évidence les résultats suivants :

— Lors du franchissement de la barrière par la dislocation flexible, celle-ci est presque rectiligne.

— La contrainte exercée par la barrière sur une dislocation mobile est constante tant que celle-ci se trouve à une distance inférieure à une certaine valeur δ_0 (de l'ordre du cinquième de l'écartement l des dislocations de la barrière). Elle décroît ensuite à peu près comme l'inverse de la distance.

— La valeur de la contrainte lorsque la dislocation mobile se trouve à une distance de la barrière inférieure ou égale à δ_0 est maximum et donnée par :

$$\sigma_m \simeq \frac{\mu b}{10 l}$$

(où, rappelons-le, l est l'écartement des dislocations de la barrière).

Nous montrerons au chapitre 3 que, lorsque les dislocations s'attirent, les contraintes développées sont nettement plus fortes et jouent le rôle principal dans le durcissement. C'est pourquoi nous ne chercherons pas à trop perfectionner le modèle exposé ici.

Au paragraphe 4, nous étudierons l'énergie d'activation nécessaire au franchissement de la barrière lorsque la contrainte appliquée σ_a est inférieure à σ_m. Nous montrerons que, du fait de l'existence d'un palier de largeur 0,2 l, l'énergie nécessaire au franchissement pour $\frac{\sigma_a}{\sigma_m} \simeq 0{,}9$ est déjà trop importante pour que l'activation thermique joue un rôle appréciable.

2. — INTERACTION ÉLASTIQUE A DISTANCE DE DEUX DISLOCATIONS

2.1. - Introduction

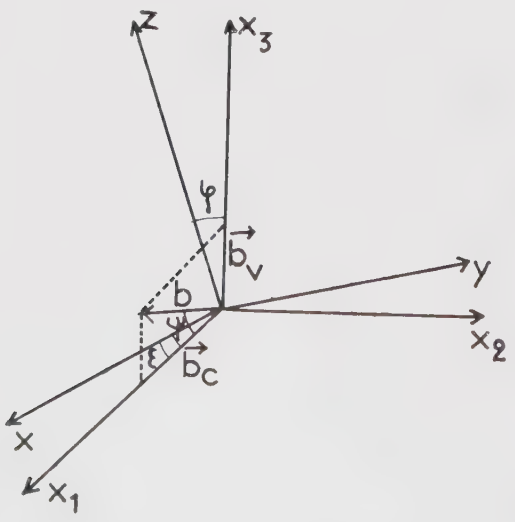
Nous utiliserons la géométrie suivante (fig. 2-1) :

La dislocation L est portée par l'axe OX_3 d'un trièdre trirectangle. $OX_1X_2X_3$ et son vecteur de Burgers $\vec{b}$, situé dans le plan X_1OX_3, fait l'angle ψ avec l'axe OX_1. Il a pour composantes $\vec{b}_c$ sur l'axe OX_1 et $\vec{b}_v$ sur l'axe OX_3, tels que $|\vec{b}_v| = |\vec{b}| \sin\psi$ et $|\vec{b}_c| = |\vec{b}| \cos\psi$.

La dislocation L' est située dans un plan P' passant par l'origine et caractérisé par son vecteur normal $\vec{n}$. Soit M' un point courant de la dislocation L', se projetant sur le plan X_1OX_2 en un point M de coordonnées polaires (r, θ) dans ce plan. La composante dans le plan P' de la contrainte exercée par la dislocation L sur la dislocation L' est normale à celle-ci; son intensité F s'écrit $F = \dfrac{A f(\theta)}{r}$ et l'équation différentielle permettant de déterminer la forme d'équilibre de la dislocation L' dans le champ de contraintes de la dislocation L s'écrit :

$$\frac{A f(\theta)}{r} - \frac{\tau}{\rho} = 0,$$

où ρ est le rayon de courbure, en M', de la dislocation L'.



2.1. - Géométrie du problème.

Cette équation ne peut être résolue que numériquement; nous étudions en annexe certaines de ses propriétés et montrons que la dislocation L' ne peut être une boucle fermée entourant la dislocation L. A l'aide d'une machine analogique, nous résolvons complètement le problème dans un cas particulier du système cubique à faces centrées et étendons le résultat, à l'aide d'approximations, à d'autres cas particuliers du même système.

Nous étudierons donc dans une première partie la force exercée par la dislocation L sur un élément de la dislocation L'; dans la seconde partie nous examinerons la forme d'équilibre de la dislocation L' en présence de la dislocation L. Dans la troisième partie, enfin, nous ferons une application au système cubique à faces centrées.

2.2. - Force exercée par la dislocation L sur un élément de la dislocation L'

2.2.1. Généralités.

Nous allons évaluer le champ de contraintes de la dislocation L en considérant celle-ci comme la superposition d'une dislocation coin et d'une dislocation vis et en appliquant à chacune d'elles les formules de Nabarro [40].

Soit alors ν le coefficient de Poisson du solide; dans l'approximation de la théorie de l'élasticité isotrope, nous pouvons écrire, pour la composante coin :

$$\sigma_{11} = -\frac{D}{r} \sin\theta\,(2 + \cos 2\theta)$$

$$\sigma_{22} = \frac{D}{r} \sin\theta \cos 2\theta$$

$$\sigma_{33} = \nu\,(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \frac{D}{r} \cos\theta \cos 2\theta \qquad (2\text{-}1)$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = 0$$

$$D = \frac{\mu b \cos\psi}{2\pi(1-\nu)}$$

Nous écrirons de même, pour la composante vis :

$$\sigma_{13} = \sigma_{31} = \frac{\mu b}{2\pi r} \cos\theta \sin\psi$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{32} = \frac{\mu b}{2\pi r} \sin\theta \sin\psi \qquad (2\text{-}2)$$

Les autres composantes du tenseur des contraintes sont nulles.

Le plan P' est défini par son intersection O x avec le plan X_1OX_3, et par la direction O y, perpendiculaire à O x. O z est la normale au plan P', orientée de sorte que le trièdre O $x\,y\,z$ soit direct (fig. 2-1) et nous définissons les deux angles :

$$\varepsilon = (O\,X_1,\ O\,x) \text{ et } \alpha = (O\,X_2,\ O\,y)$$

Le vecteur unitaire normal $\vec{n}$ au plan P'a les coordonnées n_1, n_2, n_3, dans le trièdre O X_1, X_2, X_3, telles que :

$$n_1 = -\sin\varepsilon\cos\alpha \qquad n_2 = -\sin\alpha$$
$$n_3 = \cos\varepsilon\cos\alpha \qquad (2\text{-}3)$$

Le vecteur du Burgers $\vec{b'}$ de la dislocation L' est défini par ses coordonnées b'_x et b'_y dans le trièdre O $x\,y\,z$ et b'_1, b'_2, b'_3, dans le trièdre O, X_1, X_2, X_3 :

$$\begin{aligned} b'_1 &= b'_x\cos\varepsilon - b'_y\sin\alpha\sin\varepsilon \\ b'_2 &= b'_y\cos\alpha \\ b'_3 &= b'_y\sin\alpha\cos\varepsilon + b'_x\sin\varepsilon \end{aligned} \qquad (2\text{-}4)$$

La géométrie du problème est donc déterminée par :

— L'angle ψ de la dislocation fixe avec son vecteur de Burgers ;

— L'angle ε de la dislocation fixe avec l'intersection des plans de glissement des deux dislocations ;

— L'angle α, complément de l'angle des deux plans de glissement ;

— Les coordonnées b'_x et b'_y du vecteur de Burgers de la dislocation mobile.

En général, les dislocations du réseau de dislocations sont situées dans leurs plans de glissement. Nous admettrons donc que la dislocation L ne peut quitter le plan X_1OX_3. La variation des paramètres envisagés permet alors d'étudier tous les cas physiquement intéressants.

2.2.2. - Expression de la force exercée par la dislocation L sur un élément de la dislocation L'.

Soit σ_{ij} le tenseur des contraintes de la dislocation L, la force F exercée par L sur l'unité de longueur de la dislocation L' est normale à celle-ci. Soit F sa composante dans le plan de glissement P'; son intensité est donnée par :

$$F = \Sigma_{ij}\ b'_i\ \sigma_{ij}\ n_j \quad (41) \qquad (2\text{-}5)$$

Substituons dans l'équation (2-5) l'ensemble des équations (2-1) à (2-4) ; nous pouvons écrire :

$$F = A\,\frac{f(\theta)}{r} \qquad (2\text{-}6)$$

où nous avons posé :

$$A = \frac{\mu\,b\,b'_x\sin 2\alpha}{4\pi(1-\nu)}$$

$$f(\theta) = \cos\psi\,f_c(\theta) + (1-\nu)\sin\psi\,f_v(\theta)$$

$$f_c(\theta) = -2\left[e\,\nu + (\nu-1)\,\frac{\sin 2\varepsilon}{\sin\alpha}\right]\sin\theta + \left[e\sin\varepsilon\,\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} - \frac{\cos\varepsilon}{\cos\alpha}\right]\cos\theta\cos 2\theta - \left[e\,(1+\sin^2\varepsilon) + \frac{\sin 2\varepsilon}{2\sin\alpha}\right]\sin\theta\cos 2\theta$$

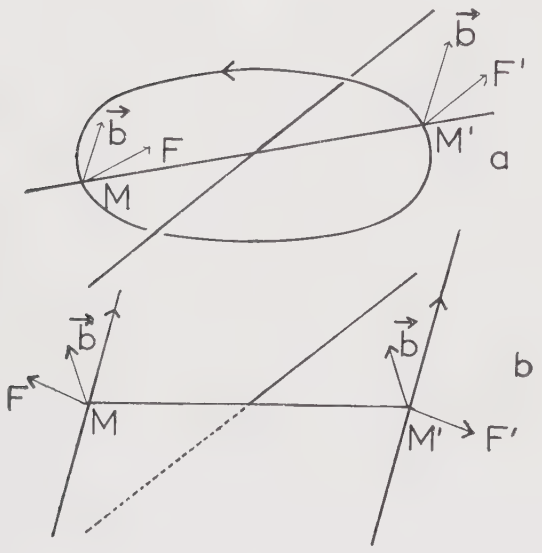
$$f_v(\theta) = \left(\frac{\cos 2\varepsilon}{\sin\alpha} - e\sin 2\varepsilon\right)\cos\theta + \left(\frac{2\,e\cos\varepsilon}{\operatorname{tg} 2\alpha} - \frac{\sin\varepsilon}{\cos\alpha}\right)\sin\theta$$

$$e = \frac{b'_y}{b'_x}$$

Dans l'expression (2-6), la fonction $f(\theta)$ caractérise la variation de la contrainte exercée par la dislocation fixe sur le point courant de la dislocation mobile, en fonction de son azimut.

— La fonction $f(\theta)$ a pour période 2π. De plus $f(\theta+\pi) + f(\theta) = 0$. Ce point appelle quelques précisions sur nos conventions de signe : reportons-nous à la figure 2-2 a) dans laquelle la dislocation L' est une boucle fermée entourant la dislocation L. D'après ce que nous venons de dire, $\vec{F}$ est de signe contraire en M (r, θ) et M' $(r', \theta+\pi)$; $\vec{F}$ est donc dirigée vers l'extérieur de la boucle en M si elle est dirigée vers l'intérieur en M' et vice-versa. Nous pouvons dire encore qu'elle est répulsive dans un cas lorsqu'elle est

attractive dans l'autre. Si, par contre (fig. 2-2 *b*), la dislocation L' n'est pas une boucle fermée et que nous la considérons avant et après qu'elle ait franchi la dislocation L nous



2.2. - Sens des contraintes appliquées à la dislocation mobile.

2.2 *a*. - La dislocation mobile est une boucle.

2.2 *b*. - La dislocation mobile n'est pas une boucle.

arrivons à la conclusion que l'interaction, attractive ou répulsive, est de même nature de part et d'autre de la dislocation L.

— La fonction $f(\theta)$ est le produit de cos θ par un polynôme du troisième degré en tg θ; $f(\theta)$ a donc un ou trois zéros réels dans l'intervalle $\left(-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right)$. Nous ne tenons pas compte des cas particuliers où $f(\theta)$ a un zéro multiple. Ceci signifie que l'interaction élastique à distance des dislocations est tantôt attractive, tantôt répulsive suivant leurs positions relatives. Un arc de la dislocation L' est donc, en général, la juxtaposition d'arcs les uns attirés, les autres repoussés par la dislocation fixe. Nous verrons que ces arcs sont limités par des points d'inflexion en lesquels la force exercée par la dislocation fixe est nulle.

2.3. - Forme d'équilibre d'une boucle de dislocation L' en présence de la dislocation L

Rappelons tout d'abord qu'un arc de dislocation est doté, en chacun de ses points, d'une tension de ligne τ dont l'expression générale est [40].

$$\tau = \frac{\mu\, b^2}{4\,\pi\,(1-\nu)}\quad \text{Log}\ \frac{\rho}{b_o}$$

Ici ρ et b_o sont respectivement le rayon de courbure de L' au point considéré et un paramètre de l'ordre de grandeur de b. Il est naturel de considérer que la variation du logarithme est suffisamment faible pour poser Log $\frac{\rho}{b_o} = \lambda$; λ étant un paramètre constant pour un arc ou une courbe donnés. Nous écrirons donc $\tau = \frac{\lambda\,\mu\, b^2}{4\,\pi\,(1-\nu)}$ et, dans la plupart des applications, $\tau \simeq \frac{\mu\, b^2}{2}$

Dans ces conditions un élément $\vec{d}\,s$ de la dislocation L' est soumis à une force F $d\,s$ et à sa tension de ligne $\frac{\tau}{\rho}$, toutes deux normales à $\vec{d}\,s$.

L'équation d'équilibre s'écrit donc :

$$F = \frac{\tau}{\rho}\ ,\ = \frac{A\, f(\theta)}{r}$$

Cette équation relie les coordonnées de la *projection* L'' de L' sur $X_1 OX_2$, au rayon de courbure ρ de L'. Il est donc nécessaire d'effectuer une correction. Le principe de cette correction est indiqué en annexe; la fonction $f(\theta)$ est d'ailleurs remplacée par une fonction $g(\theta)$ qui a les mêmes propriétés.

L'équation de L' s'écrit alors :

$$\frac{r}{\rho} = \frac{A}{\tau}\ g(\theta) \qquad (2\text{-}7)$$

L'étude de l'équation 2-7 est effectuée en annexe. Nous en énonçons ici quelques propriétés :

— Les solutions se classent en familles de courbes homothétiques; le centre d'homothétie est l'origine.

— Soit θ_z un zéro de $f(\theta)$, les points d'intersection d'une solution avec la droite $\theta = \theta_z$ sont, en général, des points d'inflexion à distance finie.

— Lorsque $f(\theta)$ n'a qu'un zéro dans l'intervalle $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$ il n'existe pas de solutions qui soient des boucles fermées, sans singularité, entourant l'origine.

Nous n'avons pu réussir à démontrer la même propriété dans le cas où $f(\theta)$ a trois zéros dans l'intervalle $\left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right)$. Ce cas a néanmoins été traité numériquement sur un exemple en annexe et vérifie la propriété énoncée. Remarquons d'une manière générale que s'il existait dans ce cas une boucle fermée qui soit solution, elle aurait six points d'inflexion et serait donc très instable. Nous venons d'obtenir des résultats essentiellement projectifs. Notre propos est cependant d'obtenir des valeurs numériques des contraintes et des détails précis sur la forme des dislocations mobiles. Nous allons donc étudier numériquement quelques cas particuliers. Nous nous limiterons dans cette étude au cas des cristaux métalliques C.F.C. Pour la valeur du coefficient de Poisson nous prendrons 0,34 correspondant à l'aluminium [12]. Les résultats ainsi obtenus seront quand même assez généraux, le coefficient de Poisson étant en tout cas voisin de 0,3.

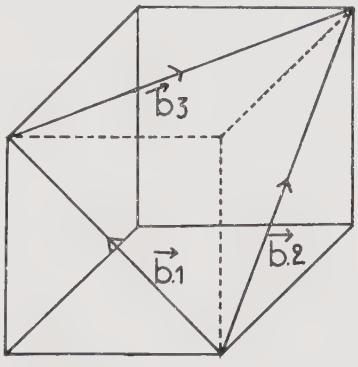
2.4. - Application au système cubique à faces centrées

La géométrie du système C.F.C. [12] (cf. fig. 2, 3) est suffisamment connue pour que nous puissions nous contenter de donner ici des indications sommaires. Les plans de glissement sont des plans (111), les vecteurs de Burgers possibles ont tous la même longueur $\left(b = \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ qui correspond à la plus petite distance interatomique possible. Il y a dans chaque plan 3 couples de vecteurs de Burgers opposés 2 à 2, faisant entre eux des angles de 120°.

Nous avons en conséquence étudié en annexe les cas suivants :

— La dislocation fixe L a son vecteur de Burgers porté par l'intersection O x des deux plans de glissements ou par la droite qui se déduit de O x par une rotation de $+\frac{\pi}{3}$.

— La dislocation mobile a les 6 vecteurs de Burgers possibles dans son plan de glissement.



2.3. - Géométrie de la déformation dans le système C.F.C.

Nous avons de plus considéré que la dislocation fixe L pouvait être plus ou moins inclinée sur le plan de la dislocation mobile. Dans le cas très particulier où la dislocation L est une dislocation coin perpendiculaire à l'intersection des deux plans de glissement, nous avons utilisé une machine analogique pour calculer les solutions. Les résultats sont complètement exposés en annexe :

Nous avons tracé sur la figure (A-5) la variation de Log r en fonction de l'angle polaire. Nous pouvons constater que dans ce cas il n'y a effectivement pas de boucles fermées solutions de l'équation 2-7.

3. — ACTION D'UNE BARRIÈRE DE DISLOCATIONS SUR UNE DISLOCATION FLEXIBLE

3.1. - Introduction. Généralités

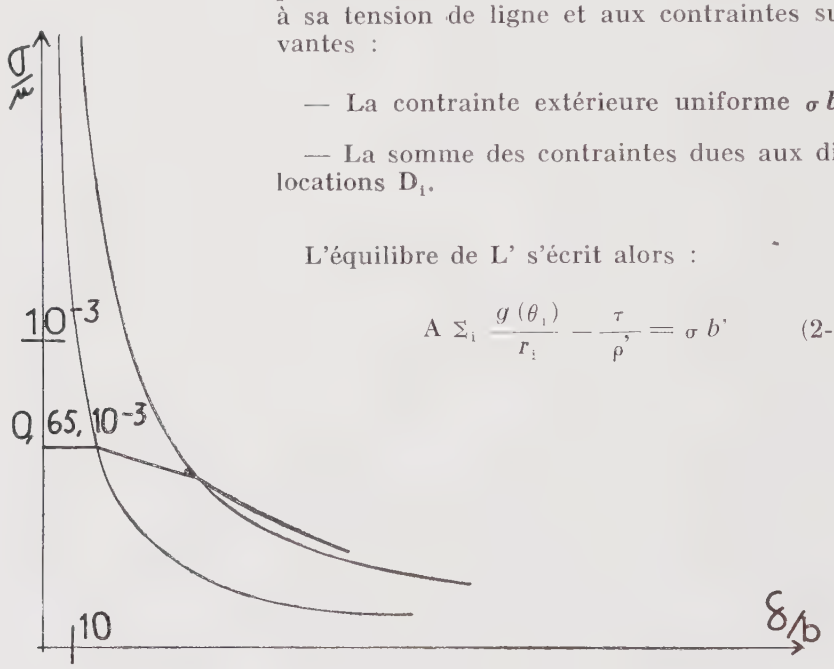
Nous allons étudier dans cette troisième partie l'action d'une barrière de dislocations identiques, fixes, rigides, parallèles et équidistantes, sur une dislocation flexible, mobile dans son plan de glissement et soumise à une contrainte extérieure uniforme.

Au paragraphe 2, nous exposerons le modèle simplifié qui sert à faire cette étude. Au

paragraphe 3, nous donnerons les résultats obtenus :

— Les contraintes exercées par la barrière sur la dislocation mobile dépendent à la fois de l'inclinaison des dislocations de la barrière et de l'orientation de celle-ci par rapport au plan de glissement P'.

— La variation, en fonction de la distance, de la contrainte exercée par la barrière sur la dislocation mobile est représentée figure 2-4.



2.4. - Variation en fonction de la distance de la contrainte exercée par une barrière sur une dislocation mobile.

Elle croît constamment quand la dislocation mobile se rapproche de la barrière et présente un plateau de largeur 0,2 l (où l est l'écartement des dislocations de la barrière).

— La contrainte maximum est comprise entre $\frac{\mu b}{3 l}$ et $\frac{\mu b}{20 l}$.

— La dislocation mobile est très peu déviée par la barrière.

Au paragraphe 4 nous étudions le rôle joué par l'activation thermique dans le cas où la contrainte appliquée σ_a est inférieure à la contrainte σ_m de la barrière. Nous montrons que l'activation thermique joue un rôle négligeable.

3.2. - Modèle utilisé

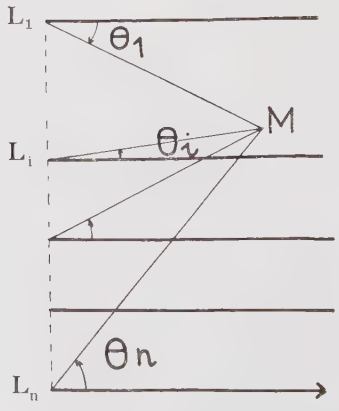
Considérons une rangée de dislocations D_i rectilignes, rigides, fixes, parallèles, distantes de l, inclinées d'un angle ε sur le plan P' et soient $L_1 L_2 \ldots L_n$ leurs traces sur ce plan telles que les points $L_1 L_2 \ldots L_n$ soient alignés. La géométrie du problème est définie par l'angle ε, l'angle du plan de glissement des dislocations D_i avec le plan P', caractérisé par l'angle α, et l'orientation de la droite $L_1 L_n$. Avec les notations de la figure 2-5 un point M d'un arc de dislocation L' est soumis à sa tension de ligne et aux contraintes suivantes :

— La contrainte extérieure uniforme σb.

— La somme des contraintes dues aux dislocations D_i.

L'équilibre de L' s'écrit alors :

$$A \Sigma_i \frac{g(\theta_i)}{r_i} - \frac{\tau}{\rho'} = \sigma b' \qquad (2\text{-}8)$$

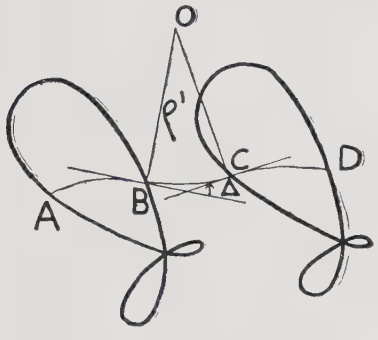


2.5. - Trace de la barrière de dislocations. Définition des r_i et θ_i.

Considérons maintenant (fig. 2-6) une courbe Γ_i définie par :

$$\sigma\, b = \frac{A\ g\ (\theta_i)}{r_i} \qquad (2\text{-}9)$$

Cette courbe Γ_i partage le plan en deux régions, l'une intérieure dans laquelle la contrainte due à la dislocation D_i est prépondérante et l'autre extérieure. Si nous recommençons la même construction pour toutes



2.6. - Construction du modèle du paragraphe 3.

les dislocations D_i, nous obtenons, à condition que les Γ_i ne se coupent pas, une décomposition du plan en régions telles que :

— A l'intérieur de chaque courbe Γ_i l'action de la dislocation D_i est prépondérante, nous négligeons alors la contrainte extérieure et celle des autres dislocations de la barrière et l'équation d'équilibre est :

$$\frac{A\ g\ (\theta_i)}{r_i} - \frac{\tau}{\rho} = 0$$

qui n'est autre que l'équation étudiée au paragraphe 2.

— Dans la région extérieure à toutes les courbes Γ_i, nous négligeons les contraintes dues à la barrière; l'équation d'équilibre s'écrit alors :

$$\sigma\ b = \frac{\tau}{\rho} \qquad (2\text{-}10)$$

La courbe d'équilibre est un cercle.

En conséquence nous opérerons comme suit :

Autour du point L_1 nous traçons la courbe Γ_1 définie par l'équation (2-9). Dans la région intérieure à cette courbe, nous tracerons un arc d'une solution de (2-7) d'extrémités A et B. En B nous raccorderons un arc de cercle de rayon ρ' donné par (2-10), limité à B et au point C tel que la tangente en C à l'arc B C soit parallèle à la tangente en A à A B. Nous pourrons alors placer une dislocation L_2 et recommencer l'opération. Nous aurons ainsi construit une solution pour une orientation et une cission données. En faisant varier nos paramètres : cission extérieure, inclinaison des dislocations de la barrière, orientation de celle-ci, nous pourrons déterminer la distance entre dislocations de la barrière, de façon à équilibrer la cission extérieure donnée.

Si l'on pose $l = L_1 L_2 = L_i L_{i+1}$ on peut écrire :

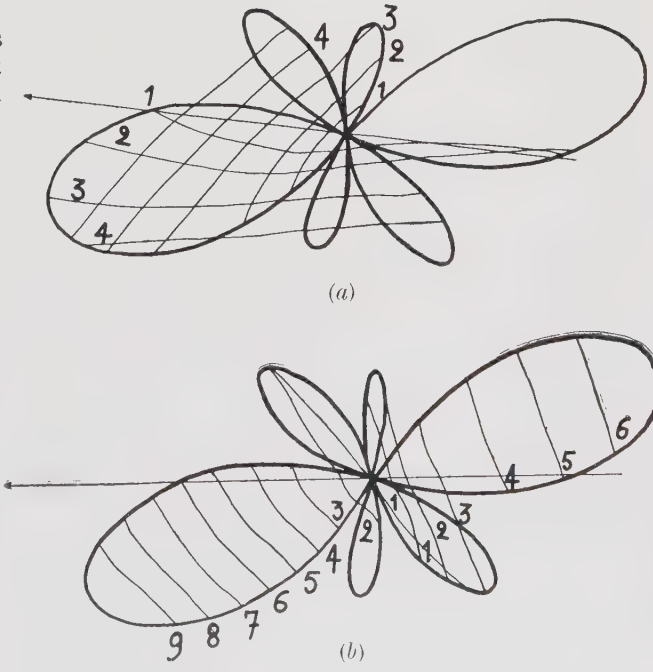
$$l_F \simeq A\,B + B\,C$$

Si Δ est l'angle des tangentes à L' en A et B, et l_0 la distance A B :

$$l_F = l_0 + 2\ \rho\ \sin\frac{\Delta}{2}$$

La quantité l_0 sera évaluée graphiquement.

L'évaluation de Δ est effectuée en annexe.



2.7 *a* et *b*. - Forme de la dislocation mobile dans le champ de contraintes de la dislocation fixe.

Nous avons tracé figure 2-7 *a* et *b* les formes successives de la dislocation mobile dans le champ de la dislocation fixe dans le cas où celle-ci est une dislocation coin perpendiculaire à l'intersection des plans P et P'.

3.3. - Résultats.

Rappelons que nous avons considéré uniquement l'interaction de dislocations situées dans leurs plans de glissement. Les calculs effectués réellement correspondent à l'examen de barrières de dislocations coins, perpendiculaires à l'intersection des plans de glissement dans un cas, faisant un angle de 30° avec cette intersection dans l'autre. Nous avons donc examiné deux cas extrêmes, et le résultat obtenu en effectuant une moyenne des contraintes selon les inclinaisons ε possibles des dislocations de la barrière devrait se situer entre les résultats obtenus. Ajoutons que dans la réalité une dislocation mobile rencontrera essentiellement des dislocations de longueur finie, la probabilité de rencontre étant évidemment égale à sin ε, nous pondérerons donc chaque résultat par sin ε. Nous avons donc évalué :

a) La variation de la contrainte exercée par la barrière sur la dislocation mobile en fonction de la distance de celle-ci à la barrière.

En fait, nous déterminerons à l'équilibre l'écartement l des dislocations d'une barrière en fonction de la distance moyenne δ de la dislocation à la barrière, de l'orientation de celle-ci et de la contrainte extérieure. Nous montrons en annexe en utilisant les propriétés de l'équation (2-7) que si k est un nombre quelconque :

$$l\,(\sigma, \delta) = k\, l\left(\frac{\sigma}{k}\,,\ \mathrm{k}\,\delta\right)$$

où σ est la contrainte extérieure. Ceci nous permet de tracer le réseau des courbes $\sigma\,(l, \delta)$ de la figure 2-2.

b) La contrainte maximum σ_m exercée par la barrière sur la dislocation mobile.

Nous poserons $\sigma_m = \dfrac{\mu\, b}{\beta\, l}$ (2-11) où β est un coefficient numérique et appellerons c l'angle de la trace T de la barrière, sur le plan P', avec O x.

Nous donnons à titre d'exemple la variation de la quantité $10^{+3}\ \beta^{-1}$ avec c, dans le cas particulier où la dislocation fixe est une dislocation coin de vecteur de Burgers porté par l'intersection des plans P et P' :

C	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$10^3\ \beta^{-1}$	102	78	57	40	37	31	39	65	108

Nous pouvons ainsi constater que les contraintes dépendent très fortement de l'orientation de la barrière.

Une moyenne, effectuée sur toutes les orientations de la barrière et sur tous les vecteurs de Burgers possibles de la dislocation mobile, donnerait :

$$\sigma_m = \frac{\mu\, b}{15\, l}$$

Si maintenant nous examinons le cas où les dislocations de la barrière sont inclinées d'un angle de 30° sur le plan de la dislocation mobile, nous obtenons des résultats qualitativement analogues aux précédents, mais cette fois :

$$\sigma_m \simeq \frac{\mu\, b}{3\, l}$$

En pondérant ce dernier résultat par sin 30° = 1/2, on voit qu'il est raisonnable de prendre comme moyenne globale des contraintes la valeur

$$\sigma_m \simeq \frac{\mu\, b}{10\, l}$$

La valeur réelle de σ_m doit varier entre $\dfrac{\mu\, b}{7\, l}$ et $\dfrac{\mu\, b}{13\, l}$.

4. — ENERGIE D'ACTIVATION ROLE DE L'ACTIVATION THERMIQUE

Soit pour un écartement l des dislocations de la barrière une dislocation mobile soumise à une cission extérieure $\sigma_e < \sigma_m$. La dislocation mobile se trouve alors à une distance δ_e de la barrière, déterminée à partir de σ_e, à l'aide des courbes $\sigma_1(\delta)$ de la figure 2-4. Les propriétés de ces courbes étant étudiées en annexe, nous nous bornerons ici à énoncer les résultats intéressants :

— Toutes les courbes $\sigma_1(\delta)$ présentent un palier de longueur $\delta_o = \frac{l}{a}$ (où a est un paramètre; dans le cas considéré $a \simeq 5{,}5$), la valeur $\sigma_1(\delta_o)$, appelée $\sigma_m = \frac{\mu\, b}{\beta\, l}$. Ici $\beta \simeq 15$.

— Lorsque $\delta_o < \delta < \delta_M$, $\sigma_1(\delta)$ est une hyperbole équilatère d'équation :

$$\sigma = \frac{\mu\, b}{\beta} \frac{1 - \frac{p}{a}}{l - p\,\delta}$$

p est un paramètre égal ici à $-\frac{5}{8}$.

La valeur de δ_M est donnée par :

$\delta_M = \frac{l}{f}$, f est un paramètre de l'ordre de 2.

— Lorsque $\delta > \delta_M$, $\sigma_1(\delta)$ est encore une hyperbole équilatère.

Ce modèle permet d'évaluer l'énergie d'activation dans le cas relativement simple où $\delta_e < \delta_M$.

Nous supposerons que la dislocation mobile est pratiquement rectiligne, l'énergie U peut alors être considérée comme la somme de deux termes :

— Un terme U_1 correspondant à l'énergie nécessaire pour amener la dislocation mobile à la distance δ_o de la barrière

$$U_1 = b\, l \int_{\delta_e}^{\delta_o} [\sigma_m - \sigma_1(\delta)]\, d\,\delta$$

$$= \frac{\mu\, b}{\beta}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right)\left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m} - \mathrm{Log}\,\frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right)$$

Le calcul montre que le rapport $\frac{\sigma(\delta_M)}{\sigma_o}$ est de l'ordre de 0,85. Nous pouvons développer le logarithme au second ordre et écrire :

$$U_1 \simeq \frac{\mu\, b^3}{\beta}\left(\frac{l}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right)\left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right)^2$$

— Un terme U_2 correspondant à l'énergie nécessaire pour amener la dislocation mobile de la distance δ_o à la barrière :

$$U_2 = b\, l\, (\sigma_m - \sigma_e)\, \delta_o = b\, l\, \delta_o\, \sigma_m \left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right)$$

ou encore :

$$U_2 = \frac{\mu\, b^3}{\beta\, a}\, \frac{l}{b}\left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right)$$

L'énergie d'activation s'écrit :

$$U = U_1 + U_2 = \frac{\mu\, b^3}{\beta}\left(\frac{l}{b}\right)\left(1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right)\left[\frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right)\frac{\sigma_e}{\sigma_m}\right] \qquad (2\text{-}12)$$

A l'aide de 2-11, nous pouvons écrire encore :

$$U \simeq \frac{\mu\, b^3}{\beta}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p}\right)\frac{l}{b}\left(1 - \beta\,\frac{\sigma_e}{\mu}\,\frac{l}{b}\right)^2 \qquad (2\text{-}13)$$

Nous évaluons l'ordre de grandeur de U en prenant :

$\frac{\sigma_e}{\sigma_m} = 0{,}9$, $\mu\, b^3 \simeq 5\ e$ V et les valeurs de notre exemple pour a, p, β. Alors :

$$U = 0{,}05\left(\frac{l}{b}\right)\ e\ \mathrm{V}$$

La taille du réseau de dislocations étant, en tout état de cause supérieure à 100 b :

$$U > 5\ e\ \mathrm{V}$$

Le problème est maintenant de déterminer le rôle éventuellement joué par l'agitation thermique. La probabilité pour qu'une dislocation mobile de longueur l surmonte le champ de contraintes d'une dislocation répulsive est [12] :

$$g = \nu'\, e^{-\frac{U}{kT}} = \nu_o\, \frac{b}{l}\, e^{-\frac{U}{kT}}$$

où ν_o est la fréquence de Debye ($\nu_o \simeq 10^{13}\ s^{-1}$). Même à haute température et pour un réseau de petite taille $g \simeq 10^{11}\, e^{-50} \simeq 10^{-10}\ s^{-1}$.

L'activation thermique ne joue donc aucun rôle dans le franchissement de la barrière.

Ce résultat est analogue à celui qu'on obtenu Mott et Nabarro [36] dans l'étude du rôle joué par l'activation thermique dans le durcissement des solutions solides, par les précipités.

CHAPITRE III

Contraintes internes créées par la recombinaison de dislocations qui s'attirent

I. — INTRODUCTION

Nous avons étudié au chapitre précédent un certain nombre de problèmes relatifs à l'interaction élastique à distance de dislocations non dissociées qui se repoussent : Contraintes exercées à distance par une barrière de dislocations, forme d'une dislocation mobile au moment du franchissement d'une telle barrière, énergie d'activation. Nous allons maintenant analyser le rôle joué par les interactions de dislocations qui s'attirent. Hirsch [3] a, le premier, remarqué que lorsque de telles dislocations entrent en contact, il se produit une réaction que nous appellerons réaction de Hirsch. Celle-ci, nous allons le montrer, contribue d'une façon très importante au durcissement.

Rappelons que lorsqu'une dislocation L_1, de vecteur de Burgers $\vec{b_1}$, croise, en un point O, et suivant un angle différent de $\frac{\pi}{2}$, une dislocation L_2, de vecteur de Burgers $\vec{b_2}$, une condition approchée d'équilibre est que $\vec{b_1} + \vec{b_2} = 0$ (cf. fig. 1-15 *a* et *b*).

Lorsque $\vec{b_1} + \vec{b_2}$ est différent de 0, deux cas peuvent se présenter :

a) $\vec{b_1} \cdot \vec{b_2} > 0$. Les dislocations se repoussent et l'on se retrouve devant le problème étudié au chapitre précédent.

b) $\vec{b_1} \cdot \vec{b_2} < 0$, donc

$$\left|\vec{b_1} + \vec{b_2}\right|^2 \leqslant \left|\vec{b_1}\right|^2 + \left|\vec{b_2}\right|^2.$$

Si la structure cristalline est telle qu'il puisse exister une dislocation L_3 de vecteur de Burgers $\vec{b_3} = -(\vec{b_1} + \vec{b_2})$, l'énergie de la configuration obtenue en décomposant le point quadruple 0 en deux points triples C' et D' (fig. 1-15 *b*) est inférieure à celle de la figure 1-15 *a*. La réaction est donc stable.

Si l'on suppose maintenant que l'une des dislocations, L_2 par exemple, est mobile dans son plan de glissement et que l'autre, L_1, perce ce plan, on conçoit que la réaction décrite plus haut entrave le mouvement de la dislocation mobile. Cette réaction, observée et décrite par Hirsch, contribue donc au durcissement.

L'étude du cas général analyserait une dislocation mobile de forme quelconque, glissant dans un plan percé de dislocations d'inclinaison et de répartition quelconques; elle est évidemment impraticable. Nous nous contenterons d'un modèle simplifié.

Nous négligerons les interactions élastiques à distance et la dissociation possible des dislocations.

Afin de simplifier les calculs nous nous restreindrons aux structures cristallines pour lesquelles on peut trouver des vecteurs $\vec{b}_1$ et $\vec{b}_2$, tels que $|\vec{b}_1| = |\vec{b}_2| = |\vec{b}_1 + \vec{b}_2|$.

Nos résultats s'appliqueront par exemple à la structure C.F.C. des métaux et à la structure NaCl des solides ioniques.

Nous supposerons enfin que la contrainte extérieure σ est uniforme et ne s'exerce que dans le plan de glissement de la dislocation mobile. Cette hypothèse se justifie si l'on se rappelle que le glissement se produit surtout sur les plans denses pour lesquels le cisaillement est maximum. Nous pourrons donc considérer la dislocation recombinée L_3 comme fixe à l'intersection des plans de glissements des dislocations L_1 et L_2. Nous calculerons effectivement des valeurs moyennes des contraintes internes. Celles-ci ne seront pas considérablement affectées par les fluctuations de faibles amplitudes alternativement positives et négatives, résultant du mouvement éventuel de la dislocation L_3.

Dans le modèle étudié au paragraphe 2, nous supposerons que les dislocations L_1 et L_2 sont ancrées à leurs extrémités. Au paragraphe 3 nous examinerons l'interaction d'une dislocation infinie avec une barrière de dislocations identiques, parallèles et équidistantes.

Nous montrerons essentiellement dans ce chapitre que les contraintes dues à la recombinaison des dislocations qui s'attirent sont :

— plus importantes que celles qui sont dues à l'interaction élastique à distance de dislocations qui se repoussent ;

— pratiquement indépendantes de la température.

2. — PREMIER MODÈLE
INTERACTION DE DEUX DISLOCATIONS FIXÉES A LEURS EXTRÉMITÉS

2.1. - Généralités

La dislocation L_1, de longueur $2\,l$ est supposée fixée en A et B; la dislocation mobile de longueur $4\,k\,l$ est supposée fixée en deux points C et D. Les droites AB et CD se coupent en leur milieu O.

En l'absence de toute contrainte extérieure, le point quadruple O se décompose suivant la réaction de Hirsch (fig. 1-15 *b*).

Si nous appliquons à la dislocation mobile CD une contrainte uniforme σ, la configuration va se modifier. Nous pouvons étudier les diverses positions d'équilibre en fonction de σ, et donc la condition de rupture de cet équilibre. Celle-ci correspond évidemment au franchissement de l'arbre AB par la dislocation CD.

Le calcul dans le cas général est possible et nous l'avons effectué en annexe. Il nous a semblé préférable d'exposer complètement un cas particulier simple qui nous permettra de bien comprendre qualitativement le mécanisme de franchissement. Cet exposé fait l'objet du paragraphe 2.2.

Le paragraphe 2.3. est consacré à l'étude de l'énergie d'activation nécessaire au franchissement dans ce cas particulier.

Au paragraphe 2.4. nous exposerons les résultats quantitatifs obtenus en annexe.

Dans tout ce qui suivra il sera commode d'introduire une quantité sans dimension γ, que nous appellerons cission réduite et que nous définirons comme suit :

$$\gamma = \frac{2\,k\,l}{b}\,\frac{\sigma}{\mu}\,.$$

b est ici la longueur commune des vecteurs de Burgers des trois dislocations.

2.2. - Cas particulier

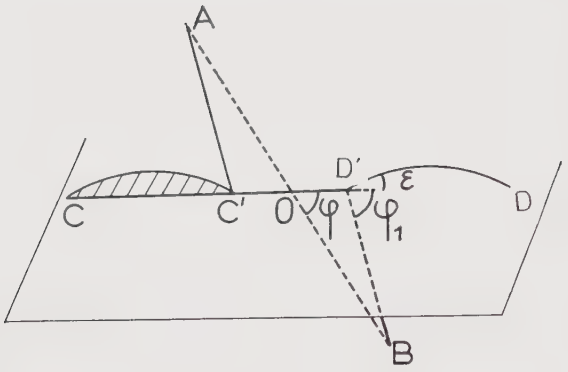
Nous supposerons (fig. 3-1) que la dislocation mobile est le long de l'intersection des plans de glissements et que CD = 2 AB, autrement dit que $k = 1$.

Les dislocations sont dotées d'une tension de ligne $\tau \simeq \frac{\mu\,b^2}{2}$. Avec les notations de la figure, l'équilibre des points triples s'écrit :

$$\cos\varphi_1 + \cos\varepsilon = 1 \qquad (3.1)$$

D'autre part l'équilibre des arcs de cercles CC' et DD' s'écrit :

$$\sigma\,b = \frac{\tau}{R}$$



3-1. - Réaction de Hirsch.

Géométrie du problème lorsque la dislocation mobile est parallèle à l'intersection des plans de glissement.

soit en utilisant la cission réduite :

$$\gamma = \frac{l}{R} \qquad (3.2)$$

Nous avons en outre les relations géométriques :

$$l' = OD' = OC' = l \frac{\sin(\varphi_1 - \varphi)}{\sin \varphi_1} \qquad (3.3)$$

$$l' + 2\,R \sin \varepsilon = 2\,l \qquad (3.4)$$

De (3.2), (3.3) et (3.4), nous tirons :

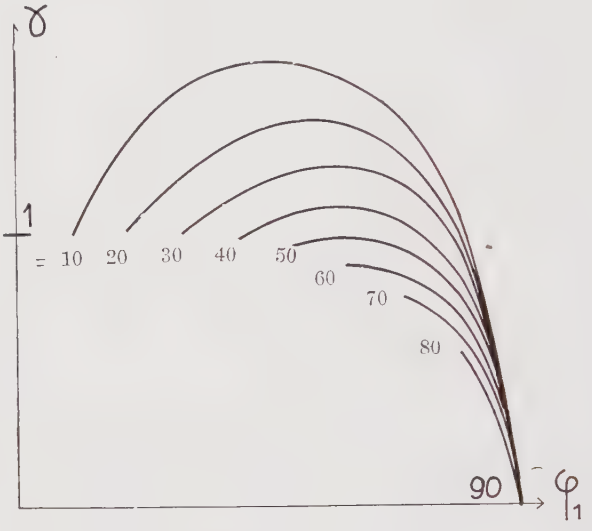
$$\gamma = \frac{2 \sin \varepsilon}{2 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{cotg} \varphi_1} \qquad (3.5)$$

Les deux équations (3.1) et (3.5) permettent, lorsque l'on se donne l'inclinaison φ de la dislocation fixe sur la dislocation mobile, de calculer la variation de la cission réduite γ en fonction de la longueur de la dislocation de réaction C'D' ou encore en fonction de l'angle φ_1 de cette dislocation avec « l'arbre » BD'.

Les courbes $\gamma_\varphi(\varphi_1)$ sont reproduites sur la figure 3-2. Dès que l'inclinaison φ est inférieure à 50° environ, les courbes $\gamma_\varphi(\varphi_1)$ présentent un maximum $\gamma_M(\varphi)$.

Supposons que l'on augmente progressivement la contrainte appliquée. On voit sur la figure 3.2 que l'angle φ_1 diminue progressivement ou encore que la longueur de la dislocation de réaction C'D' diminue jusqu'à ce que la cission réduite soit égale à $\gamma_M(\varphi)$. A partir de ce moment il ne peut exister de position d'équilibre stable, il y a franchissement et le processus est forcément dynamique.

Dans tous les cas donc où l'inclinaison φ est inférieure à 50°, l'équilibre est détruit avant que la dislocation de réaction C'D' n'ait complètement disparu. Lorsque, par contre,



3-2. - Courbes $\gamma_\varphi(\varphi_1)$.

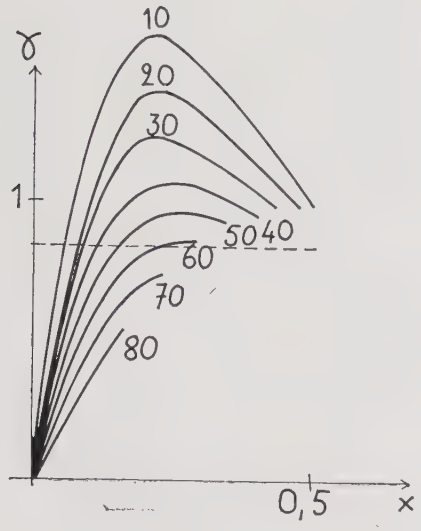
l'inclinaison φ est supérieure à 50°, la valeur $\gamma_M(\varphi)$ est obtenue pour $\varphi = \varphi_1$. Autrement dit la dernière phase du franchissement se produit après que la dislocation de Hirsch ait complètement disparu.

Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous où nous avons porté, en regard des valeurs de l'inclinaison φ, la valeur critique γ_M de la cission, la valeur du rapport $\rho = \frac{l'}{l}$ caractérisant la longueur de dislocation de Hirsch existant au moment de la rupture d'équilibre, les valeurs de l'angle ε critique.

$\varphi°$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	0,88	0,69	0,55	0,38	0,2	0	0	0	0
$\varepsilon°$	71	68	66	64	62	58	49	26	0
γ_M	1,6	1,4	1,23	1,08	0,97	0,87	0,75	0,56	0

2.3. - Energie d'activation

Pour évaluer l'énergie d'activation nous nous reporterons aux courbes de la figure 3-3, où nous avons porté la variation de la contrainte réduite $\gamma_\varphi(x')$ en fonction de la flèche réduite $x' = \frac{x}{2\,l}$ de la dislocation mobile.



3-3. - Courbes $\gamma_\alpha(x')$.

Supposons que la contrainte appliquée σ_e à la dislocation mobile soit inférieure à la contrainte σ_m nécessaire à l'arrachement. Evaluons dans ce cas l'ordre de grandeur de l'énergie d'activation nécessaire au franchissement.

Sous l'action de la contrainte, la dislocation mobile balaye une aire limitée à un arc de cercle et à une corde — aire hachurée de la figure 3-1. Un calcul simple montre que cette aire est de l'ordre de :

$$\frac{2}{3}\, x \,.\, 2\,l$$

Il nous est donc possible d'assimiler les arcs de dislocation à des segments rectilignes de longueur $2\,l$ et de supposer qu'ils balayent une aire égale à $\mathscr{A}$.

Soient alors x_e et x_m les valeurs de la flèche pour les cissions σ_e et σ_m; l'énergie d'activation nécessaire au franchissement de la dislocation fixe par les deux arcs CC' et DD' de la dislocation mobile est :

$$U \simeq 2\,x \times \frac{2}{3} \int_{x_e}^{x_m} (\sigma - \sigma_e)\; b\;(2\,l)\; d\,x$$

En utilisant les variables réduites :

$$x' = \frac{x}{2\,l} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{2\,l\,\sigma}{\mu\,b}$$

il vient :

$$U \simeq \frac{4}{3}\,\mu\,b^3 \left(\frac{2\,l}{b}\right) \int_{x'_e}^{x'_m} [\gamma\,(x') - \gamma_e]\; d\,x'$$

Posons : $\delta\,\gamma = \gamma_M - \gamma_e$ et $\delta\,x' = x'_m - x'_e$

En assimilant la courbe $\gamma\,(x')$ à une parabole, nous avons :

$$U \simeq \frac{8}{9}\,\mu\,b^3\,\frac{2\,l}{b}\,(\delta\,\gamma)\;(\delta\,x').$$

Pour $\frac{2\,l}{b} \geqslant 150$ et comme $\mu\,b^3 \simeq 5\;e\,V$,

il vient :

$$U \geqslant 750\;(\delta\,\gamma)\;(\delta\,x')\;e\;V.$$

Reportons-nous à la courbe de la figure 3-3 correspondant à une inclinaison φ de 60°.

Prenons par exemple une valeur σ_e, telle que :

$\frac{\sigma_e}{\sigma_m} \simeq 0{,}97$, ce qui donne :

$$\delta\,\gamma \simeq 0{,}03 \text{ et } \delta\,x' \simeq 0{,}06.$$

Il vient :

$$U \geqslant 1{,}5\;e\,V.$$

Cette énergie d'activation est considérable et les contraintes internes dues aux réactions de Hirsch sont pratiquement indépendantes de la température.

2.4. - Cas général

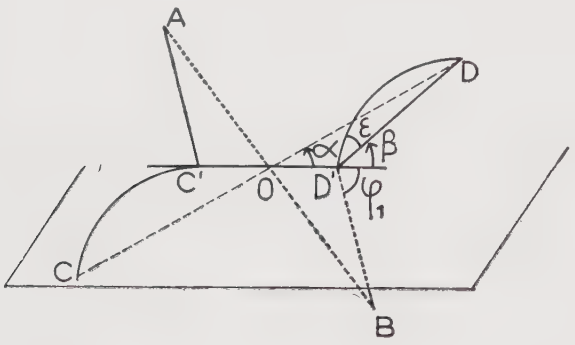
Dans le cas général, les paramètres sont beaucoup plus nombreux. Si l'on se reporte à la figure 3-4, on voit qu'en plus des paramètres φ, φ_1 et ε, on introduit :

— L'angle α de la dislocation CD avec l'intersection des plans de glissement des dislocations AB et CD ;

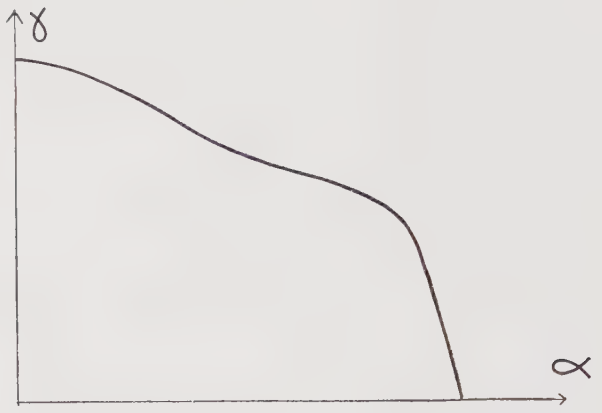
— L'angle β de la corde DD' avec l'intersection des plans de glissement des dislocations AB et CD ;

— Le paramètre $k = \frac{CD}{AB}$

Les calculs, un peu plus compliqués, sont exposés en annexe. Dans ce paragraphe nous en énoncerons seulement les résultats principaux.



3-4. - Réaction de Hirsch.
Géométrie du problème dans le cas général.



3-5. - Variation de $\gamma_M(\alpha)$.

3. — INTERACTION D'UNE DISLOCATION MOBILE ET D'UNE BARRIÈRE

D'un point de vue qualitatif, les résultats sont analogues à ceux que l'on a obtenu au paragraphe 2.2. :

a) Lorsque la dislocation fixe est suffisamment inclinée sur la dislocation mobile, la configuration cesse d'être en équilibre avant que la dislocation de Hirsch ait complètement disparu.

b) La variation de la cission réduite avec la flèche de la dislocation mobile présente un maximum. Il faut noter cependant une différence importante : les deux points triples ne jouent pas un rôle symétrique.

D'un point de vue quantitatif, nous avons effectué des moyennes de la cission réduite maximum $\gamma_M(\alpha)$ pour chaque valeur de l'orientation α.

La variation de cette grandeur est représentée figure 3-5.

Enfin nous avons évalué la moyenne des $\gamma_M(\alpha)$ sur toutes les valeurs de α. Nous avons effectué les mêmes calculs pour :

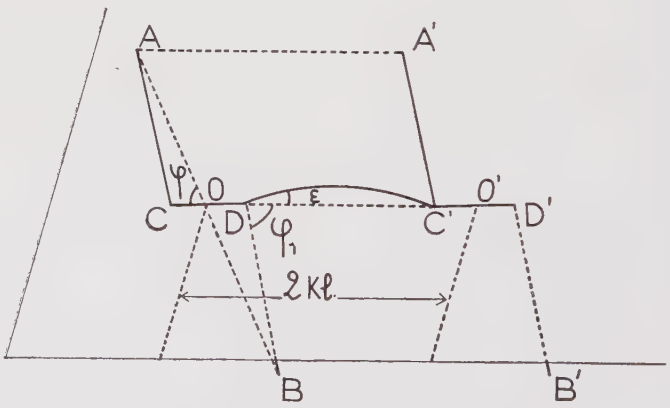
$$\rho = \frac{\text{longueur de dislocation de Hirsch à la rupture d'équilibre}}{\text{longueur de la dislocation mobile}}$$

Les résultats sont :

$\bar{\gamma} = 0{,}4$

$\bar{\rho} = 0{,}05.$

Avec les mêmes notations que précédemment, nous considérons cette fois une rangée de dislocations AB, A'B', ... identiques, équidistantes, parallèles, de longueur l, situées dans le même plan de glissement et coupant le plan de la dislocation fixe sous l'angle φ (fig. 3-6).



3-6. - Réaction de Hirsch.
Géométrie du problème dans le cas de l'interaction d'une dislocation mobile et d'une barrière.

Si les vecteurs de Burgers de la dislocation fixe et de la dislocation mobile satisfont aux mêmes conditons qu'au paragraphe 2, la réaction de Hirsch se produit. Avec les notations

de la figure, nous pouvons écrire les relations géométriques simples :

$$\frac{l'}{\sin(\varphi_1 - \varphi)} = \frac{l''}{\sin \varphi} = \frac{l}{\sin \varphi_1}$$

$$R = \frac{d - l'}{\sin \varepsilon}$$

En écrivant les conditions d'équilibre des arcs de la dislocation mobile et des points triples, nous avons les deux équations :

$$\cos \varphi_1 + \cos \varepsilon = 1 \qquad (3.6)$$

$$\gamma = \frac{\sin \varepsilon}{k - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{cotg} \varphi_1} \qquad (3.7)$$

Nous avons opéré comme au paragraphe 2.2. et obtenu des résultats qualitativement analogues :

a) Lorsque le rapport $k = \frac{OO'}{AB}$ est supérieur à l'unité, γ ne varie pas considérablement lorsque k varie ;

b) Lorsque le rapport $k = 1$, nous avons effectué complètement les calculs.

Les courbes représentatives de $\gamma_\varphi(\varphi_1)$ sont analogues à celles obtenues en (2.2.) et avec les mêmes notations nous pouvons dresser le tableau suivant :

$\varphi°$	2	5	10	20	30	40	50	60	70	80	85	90
γ_M	116	34	13,5	4,1	2,45	1,75	1,2	0,94	0,75	0,56	0,45	0
ρ	0,999	0,987	0,972	0,88	0,74	0,6	0,4	0,17	0	0	0	0

Nous constatons que la cission réduite γ_M croît considérablement lorsque l'angle φ devient nul. Un calcul plus précis, effectué en annexe montre que :

$$\gamma_M(\varphi) \simeq \varphi^{-3/2} \text{ lorsque } \varphi \text{ tend vers } 0.$$

Ce résultat ne doit pas surprendre : dans notre modèle, la création d'une dislocation de Hirsch réduit la longueur de la dislocation flexible. Elle augmente donc la contrainte à exercer pour obtenir des valeurs convenables de la flèche. Lorsque l'angle φ devient nul, la dislocation de Hirsch réduit à zéro la longueur de la dislocation flexible.

Lorsque les dislocations de la barrière sont plus espacées — c'est-à-dire lorsque $k > 1$ — la cission n'est plus infinie lorsque φ devient nul. Elle présente un maximum d'autant plus élevé que $k - 1$ est plus petit.

En revenant au cas précisément étudié dans ce paragraphe, on peut calculer les valeurs moyennes de la contrainte réduite et de ρ.

Ces valeurs sont :

$\bar{\gamma}_M \simeq 1{,}9$

$\bar{\rho} \simeq 0{,}2$

4. — INTERACTION D'UNE DISLOCATION MOBILE ET D'UNE BARRIÈRE DE DISLOCATIONS TRÈS RAPPROCHÉES

Reportons-nous à la figure 3-7 *a* où nous avons supposé que le rapport $k = \frac{A_i A_{i+1}}{A_i A'_i}$ est inférieur à l'unité.

Lorsque les dislocations $A_i A'_i$ sont suffisamment inclinées, nous pouvons écrire :

$$A_i A'_i = 2 k l < 2 l \cos \varphi \qquad (3.8)$$

Si une dislocation L_2, de vecteur de Burgers $\vec{b}_2$ parvient à la barrière sous l'action d'une cission extérieure suffisamment faible, la dislocation L_3, de vecteur de Burgers $\vec{b}_3$ se forme mais la dislocation L_2 disparaît totalement (cf. figure 3-7 *b*). Les points de croisement sont alors des points quadruples dont nous allons montrer qu'ils ne peuvent se décomposer :

En effet :

$$\vec{b}_1 . \vec{b}_3 = \vec{b}_1 . \vec{b}_2 - \vec{b}_1 . \vec{b}_2.$$

Nous avons supposé, dès le début de ce chapitre, que les vecteurs de Burgers possibles avaient tous la même longueur. La quantité $\vec{b}_1 . \vec{b}_3$ est donc positive.

La dislocation L_3 est alors susceptible de se déplacer dans un plan de glissement autre

que P_1 ou P_2, plans de glissement des dislocations L_1 et L_2. Ce déplacement peut être interprété en tenant compte des contraintes élastiques exercées par la barrière sur la dislocation mobile et par l'action de la contrainte extérieure. Nous n'avions en effet négligé ces dernières que dans la mesure où elles étaient peu importantes devant l'action des recombinaisons.

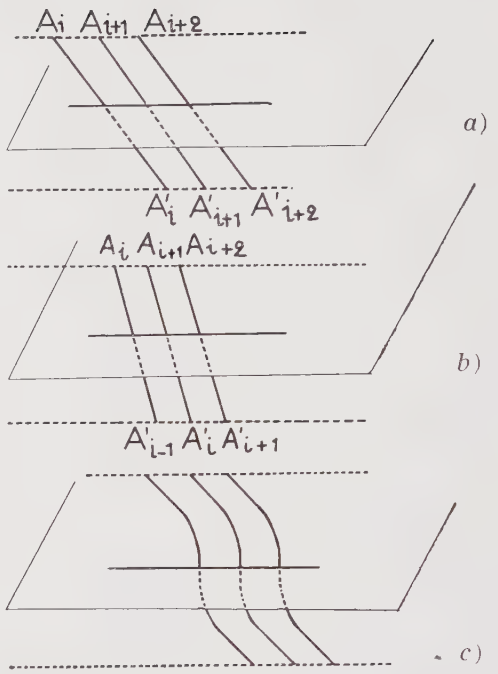
Lorsque la dislocation L_3 a quitté la barrière, l'angle des dislocations qui la composent a augmenté d'une quantité $\delta\varphi$ telle que :

$$\sin \delta\varphi = k \cos \varphi \cos (\varphi + \delta\varphi)$$

Si l'angle $\varphi + \delta\varphi$ est assez grand pour que la condition 3.8. ne soit plus satisfaite, nous sommes ramenés au problème traité au paragraphe 3. Dans le cas contraire, l'opération peut recommencer aussi longtemps que nécessaire.

Ce mécanisme peut servir à décrire la mise en action de sources de dislocations dans un plan différent de celui d'un empilement et, partant, le relâchement des contraintes en tête de cet empilement par glissement de dislocations provenant d'autres plans.

Dans le cas où la dislocation de réaction est une barrière de Cottrell, celle-ci ne peut évidemment se déplacer. Les dislocations de la rangée vont donc se déformer localement de manière à couper perpendiculairement la barrière de Cottrell et, ainsi, à ne pas réagir avec elle.



3-7 *a*) Même figure dans le cas d'une barrière de dislocations très rapprochées.
b) Même figure après la réaction de Hirsch.
c) Même figure dans le cas où la dislocation de réaction est une barrière de Cottrell.

CHAPITRE IV

Application des résultats précédents à l'étude de la déformation plastique

1. — INTRODUCTION

Dans notre premier chapitre, nous avons fait l'hypothèse qu'un réseau tridimensionnel de dislocations, présentes dans un monocristal écroui, était la cause du durcissement. Nous avons également supposé que ce réseau était à peu près isotrope, et de pas l, décroissant au cours de la déformation.

Dans notre second chapitre, nous avons étudié les interactions à distance de dislocations qui se repoussent et montré que les contraintes résultant de ces interactions étaient de l'ordre de $\frac{\mu b}{10 l}$ en moyenne. Le troisième chapitre nous a permis de préciser que les interactions au contact de dislocations qui s'attirent étaient de l'ordre de $\frac{\mu b}{2{,}5 l}$ en moyenne. Ces moyennes ont été calculées pour la structure cubique à faces centrées.

Nous avons négligé d'étudier la gêne, apportée au mouvement d'une dislocation mobile dans son plan de glissement, par les dislocations ne perçant pas ce plan. On sait que les contraintes qui en résultent sont de l'ordre de $\frac{\mu b}{2 \pi l}$ environ [5].

Les modèles que nous avons développés s'appliquent donc essentiellement à des structures présentant de nombreux plans de glissement et dans lesquelles la réaction de Hirsch est susceptible de se produire.

Notre modèle s'appliquera donc principalement aux métaux cubiques à faces centrées.

Au paragraphe 2 nous étudierons la limite élastique des monocristaux cubiques à faces centrées.

Le paragraphe 3, consacré à l'étude de l'écrouissage des monocristaux C. F. C., comportera essentiellement trois parties :

— Analyse de la loi Cottrell-Stokes ;

— Modèle pour l'étude du durcissement linéaire;

— Taux de production de défauts ponctuels au cours de l'écrouissage.

Nous exposerons, en fin de chapitre, les conclusions générales de notre travail.

2. — ETUDE DE LA LIMITE ELASTIQUE DES MONOCRISTAUX

Notre modèle s'applique à cette étude si l'on admet l'existence, avant toute déformation, du réseau tridimensionnel de dislocations de Frank [6].

Nous partirons de la remarque de Seeger [43] selon laquelle, dans un cristal pur, le durcissement est alors lié à la difficulté de déplacer à travers le cristal les boucles de dislocations issues des sources de Frank-Read [21], et non à la difficulté de mettre ces sources en action. En effet dans le réseau de Frank d'un cristal assez grand, il y aura toujours au moins quelques sources assez longues pour se mettre en action sous une contrainte très faible. Les contraintes internes dans les monocristaux purs proviennent alors essentiellement de l'interaction des dislocations mobiles avec les dislocations du réseau tridimensionnel de dislocations présentes dans le cristal.

Les calculs effectués aux chapitres précédents nous permettent de dire que les contraintes internes sont de deux sortes :

a) Contraintes indépendantes de la température.

Outre les contraintes provenant des arcs de dislocation ne perçant pas le plan de glissement d'une dislocation mobile, nous avons vu qu'il convenait de tenir compte des interactions de la dislocation mobile avec la « forêt » de dislocations perçant son plan.

Nous avons établi une formule générale qui peut s'écrire :

$$\sigma_i = \frac{\mu b}{\beta D}$$

où β est de l'ordre de 10 pour des réactions entre dislocations qui se repoussent et de l'ordre de 2,5 pour des réactions entre dislocations qui s'attirent.

Appelons D_r la distance moyenne entre arbres qui repoussent une dislocation donnée, D_a la distance moyenne entre arbres qui attirent la même dislocation, l la distance moyenne entre arbres.

Des photographies de Mitchell [45], Amelynckx [44], Whelan [39] dans le chlorure d'argent, le chlorure de sodium et l'aluminium montrent que les dislocations mobiles sont assez fortement déviées par les réactions de Hirsch. Disons que l'angle entre deux branches consécutives de dislocations (fig. 4-1) est de l'ordre de 30° environ.

4.1. - Angle entre deux branches consécutives de dislocation séparées par une réaction de Hirsch.

D'autre part, dans un métal cubique à faces centrées, un arbre sur trois environ est attractif. La distance D_a est ainsi de l'ordre de $2\ l$, la distance D_r étant un peu plus faible.

Dans ces conditions il est clair que, pour les métaux C.F.C., les contraintes les plus importantes sont dues aux « arbres » attractifs. Elles sont de l'ordre de $\frac{\mu\ b}{5\ l}$.

Pour un cristal non écroui, l est de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4} cm et la limite élastique calculée d'après notre modèle est du bon ordre de grandeur [12, 32].

b) Contraintes dépendant de la température.

Pour expliquer les variations avec la température de la limite élastique des métaux compacts et purs (fig. 1-8), Seeger [5] avait émis l'hypothèse que la formation de crans au croisement des dislocations était responsable du rôle joué par l'activation thermique dans la limite élastique et le durcissement.

Soit en effet (fig. 4-2) une dislocation soumise à une contrainte extérieure σ et bloquée par un certain nombre d'arbres. Chaque fois que la dislocation mobile saute un arbre, elle balaye une aire $\mathbf{a}$ avant de rencontrer un nouvel obstacle.

Supposons que N arcs de dislocations par unité de volume franchissent un obstacle. Nous pouvons écrire que la déformation $\delta\ \varepsilon$ est :

$$\delta\ \varepsilon = \mathrm{N}\ \mathbf{a}\ b$$

où b est le vecteur de Burgers de la dislocation mobile. Si l est la distance moyenne entre obstacles, ν_0 la fréquence de Debye du cristal et U l'énergie d'activation du phénomène, on peut écrire :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\delta\ \varepsilon}{\delta\ t} = \mathrm{N}\ \mathbf{a}\ b\ \nu_0 \frac{b}{l} \exp\left(-\frac{\mathrm{U}}{k\ \mathrm{T}}\right)$$

Soit U_{fc} l'énergie de formation de cran, d la « largeur » des dislocations, σ_i la contrainte due à l'interaction des dislocations. En soustrayant de l'énergie de crans à fournir, le travail de la force appliquée durant la formation des crans, on peut écrire :

$$\mathrm{U} = 2\ \mathrm{U}_{fc} - b\ d\ l\ (\sigma - \sigma_i)$$

Seeger en déduit les équations suivantes :

$$\sigma\,(\mathrm{T}) = \sigma_i + (\sigma_\mathrm{M} - \sigma_i)\left(1 - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_c}\right) \qquad \text{pour } \mathrm{T} \leqslant \mathrm{T}_c$$

$$\sigma\,(\mathrm{T}) = \sigma_i \qquad \text{pour } \mathrm{T} \geqslant \mathrm{T}_c$$

avec

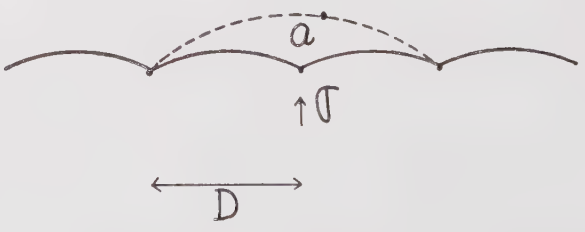
$$\mathrm{T}_c = \frac{2\ \mathrm{U}_{fc}}{k\ \mathrm{Log}\ (\mathrm{N}\ \mathbf{a}\ b^2\ \nu_0/\varepsilon)}$$

et

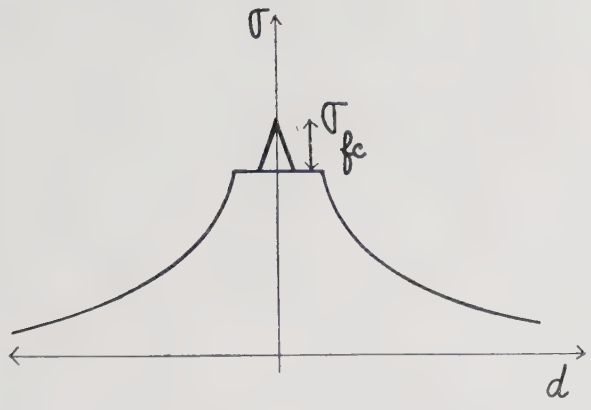
$$\sigma_\mathrm{M} - \sigma_i = \frac{2\ \mathrm{U}_{fc}}{b\ d\ l}$$

Notre modèle permet de préciser certains points de la théorie de Seeger :

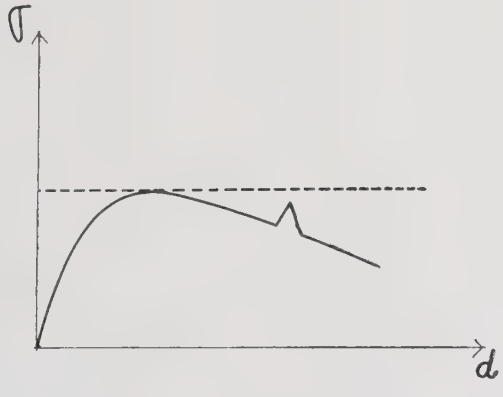
La portion $\sigma\,(\mathrm{T})$ qui dépend de la température correspond au croisement des arbres



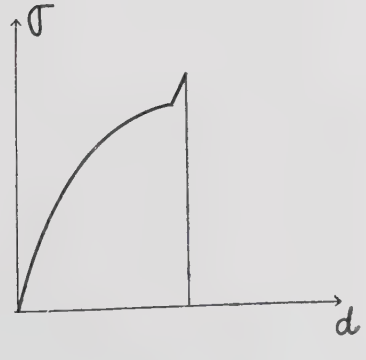
4.2. - Modèle pour l'étude des contraintes dépendant de la température.



4.3. - Variation de la contrainte exercée par une dislocation répulsive sur une dislocation mobile, en fonction de la distance.



4.4 *a*. - Même figure dans le cas d'une dislocation attractive. L'inclinaison est inférieure à l'inclinaison critique.



4.4 *b*. - Même figure dans le cas d'une dislocation attractive. L'inclinaison est supérieure à l'inclinaison critique.

répulsifs et à la moitié des arbres attractifs :

La barrière de potentiel au croisement des arbres *répulsifs* peut en effet être représentée figure 4-3 : on voit qu'en plus de l'énergie nécessaire à vaincre les contraires élastiques σ_i, il faut fournir une certaine énergie pour créer la paire de crans. Cette énergie est fournie par l'activation thermique.

Lorsqu'il s'agit d'arbres attractifs, la barrière de potentiel a la forme représentée figure 4-4 *a*, chaque fois que l'inclinaison φ est inférieure à un angle critique φ_c. Cet angle est de l'ordre de 60°. Dans ce cas la formation du cran n'a pas besoin d'être activée thermiquement.

Lorsque l'inclinaison φ est supérieure à l'angle critique φ_c, la barrière de potentiel a la forme représentée figure 4-4 *b*. La formation du cran doit alors être activée thermiquement.

La valeur critique $\varphi_c \simeq 60°$ correspond au fait que la moitié des crans formés par croisement de dislocations qui s'attirent n'a pas besoin d'être activée thermiquement.

La contrainte interne moyenne indépendante de la température σ_i est liée à la longueur moyenne du réseau de Frank par la relation $\sigma_i = \frac{\mu b}{\beta l}$, où β est un nombre compris entre 2,5 et 5 environ.

3. — DURCISSEMENT DES MONOCRISTAUX MÉTALLIQUES PURS DE STRUCTURE CUBIQUE A FACES CENTRÉES

3.1. - Introduction

Ce paragraphe comprendra trois parties dans lesquelles nous étudierons les contraintes dépendant de la température (loi de Cottrell-Stokes), un modèle de durcissement au cours du stade linéaire, et la production de défauts ponctuels.

Afin de construire un modèle détaillé du durcissement linéaire, nous serons amenés à faire des hypothèses plus restrictives que celles qui sont nécessaires pour l'étude de la production de défauts ponctuels ou pour l'analyse de la loi de Cottrell-Stokes.

Les résultats que nous obtiendrons dans l'étude de la loi de Cottrell-Stokes ou dans l'étude de la production de défauts ponctuels seront donc plus généraux que ceux que nous obtiendrons dans l'étude du durcissement.

3.2. - Loi de Cottrell-Stokes [14]

En fonction des résultats obtenus aux chapitres précédents, nous pouvons confirmer les conclusions de Cottrell [14] et Seeger [5] selon lesquels les contraintes dépendant de la température et les contraintes indépendantes de la température sont dues toutes deux à l'action de la forêt de dislocations.

L'analyse des équations de Seeger conduit aux équations suivantes [33] :

$$\sigma_M - \sigma_o = \frac{\mu b}{D} x^2$$

où D est la distance entre arbres actifs et où

$$x^2 = \frac{2 U_{fc}}{\mu b^2 d}$$

Nous avons montré que σ_o pouvait s'écrire :

$$\sigma_o = \frac{\mu b}{\beta D}$$

Nous avons alors :

$$\frac{\sigma_M - \sigma_o}{\sigma_o} = \beta x^2.$$

Un calcul de J. Friedel [12] montre que la quantité x^2 est à peu près constante et de l'ordre de 1/15. Il est donc possible de déterminer la quantité β à partir des valeurs expérimentales de $\frac{\sigma_M - \sigma_o}{\sigma_o}$. Nous avons le tableau :

	Basinski [53] Aluminium	Cuivre Cottrell et Stokes [14]	Nickel Haasen [54]
$\left(\frac{\sigma_M - \sigma_o}{\sigma_o}\right)_{exp}$	1/3	1/5,5	1/5
β	5	2,6	3

Les valeurs de β ainsi calculées correspondent assez bien à nos valeurs théoriques.

Il est vraisemblable que la différence entre les valeurs calculées, pour le cuivre et le nickel, d'une part, et pour l'aluminium, d'autre part, provient essentiellement du fait que dans le premier cas les dislocations sont très fortement dissociées, au contraire du second.

De plus, dans le cas du cuivre et du nickel, la situation expérimentale est compliquée par deux faits :

— la figure 1-8 ne représente pas exactement la variation de la contrainte avec la température ;

— des décrochements (yield points) de la courbe de traction entraînent des erreurs sur la mesure des contraintes à différentes températures [55].

3.3. - Etude du durcissement des métaux cubiques à faces centrées

Le modèle de durcissement que nous allons construire repose essentiellement sur le fait expérimental que, dans les métaux cubiques à faces centrées et dans certaines conditions, la densité de dislocations augmente au cours de la déformation. De plus le réseau tridimensionnel ainsi créé reste assez uniforme et isotrope [39].

Nous nous limiterons en principe aux monocristaux.

Dans le premier stade, dit de glissement facile [9], les dislocations mises en mouvement par la contrainte appliquée traversent en général tout le cristal.

Lorsque la déformation se poursuit, il se forme des barrières de Cottrell [10] et, sur celles-ci, des empilements de dislocations. Ceux-ci provoquent une concentration de contraintes relachées par la mise en mouvement de dislocations qui créent un réseau tridimensionnel de dislocations.

Notre modèle s'applique donc essentiellement au stade de durcissement linéaire (cf. fig. 1-2).

Nous partirons de l'hypothèse qu'un accroissement de contraintes $d\sigma$ actionne $d n_s$ sour-

ces de Frank-Read par unité de volume et que celles-ci émettent chacune N boucles.

Ces boucles vont parcourir une certaine distance avant d'être bloquées par leurs interactions avec le réseau de dislocations. Il est logique de supposer que cette distance L sera d'autant moins grande que le réseau de dislocations sera plus dense et d'écrire que :

$$L = \alpha\ l$$

où α est un paramètre que nous déterminerons à l'aide de résultats expérimentaux.

Nous avons montré, d'autre part, que :

$$\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta\ l} \qquad (4\text{-}2)$$

d'où nous tirons

$$d\ \sigma = -\frac{\mu\ b}{\beta}\frac{d\ l}{l^2} \qquad (4\text{-}3)$$

soit ρ_D la densité des dislocations :

$$\rho_D = \frac{1}{l^2}$$

$$d\ \rho_D = -2\frac{d\ l}{l^3}$$

Admettons que les boucles créées ont une forme circulaire. La création de N $d\ n_s$ boucles de longueur $2\ \pi$ L fait varier la densité de dislocations de $d\ \rho_D$ tel que :

$$d\ \rho_D = 2\ \pi\ L\ N\ d\ n_s \qquad (4\text{-}5)$$

L'allongement relatif $d\ \varepsilon$ dû à la création et au mouvement des N $d\ n_s$ boucles est :

$$d\ \varepsilon = \pi\ L^2\ b\ N\ d\ n_s$$

A l'aide des relations précédentes on peut écrire :

$$d\ \varepsilon = -\frac{\alpha\ b\ d\ l}{l^2} \qquad (4\text{-}6)$$

$$\frac{d\ \sigma}{d\ \varepsilon} = \frac{\mu}{\alpha\ \beta} \qquad (4\text{-}7)$$

$$\sigma = \frac{\alpha\ \mu\ b}{\beta\ L} \qquad (4\text{-}8)$$

Le modèle que nous venons de construire est assez formel et dépend notamment de la géométrie choisie pour les boucles. Nous allons voir cependant qu'il est en bon accord avec les résultats expérimentaux connus.

a) La relation 4-7 montre que la pente des courbes de traction est constante. Ce résultat a été observé par de nombreux auteurs [8] dans la partie dite de durcissement linéaire.

b) La longueur des lignes de glissement est inversement proportionnelle à la contrainte appliquée.

Ceci résulte de notre relation 4-8. Ce phénomène a également été observé notamment par Blewitt [47] et Seeger [46]. Cependant il est nécessaire, pour comparer plus précisément notre modèle à des résultats expérimentaux, de disposer d'un ensemble de mesures systématiques, sur des monocristaux métalliques C. F.C., comportant l'étude simultanée des courbes de traction, de la densité de dislocations, et de la longueur des lignes de glissement.

De telles expériences ont été effectuées par Blewitt sur le cuivre.

Outre les résultats énoncés plus haut, elles permettent de dire que la contrainte appliquée est proportionnelle à la racine carrée de la densité de dislocations. Cette loi ressort tout naturellement de notre formule 4-2.

D'un point de vue quantitatif Blewitt trouve, pour un échantillon donné :

$$\frac{d\ \sigma}{d\ \varepsilon} = \frac{\mu}{400} \qquad \frac{d\ \varepsilon}{d\ (1/L)} = 1\ 800\ \text{cm}^{-1}.$$

A l'aide de nos formules nous tirons alors :

$$\alpha \simeq 170 \quad \text{et} \quad \beta \simeq 2{,}5.$$

Le résultat pour β n'est pas très différent de notre résultat théorique.

Nous pouvons également évaluer la résistivité R_D, due aux dislocations :

— soit γ la résistivité due à un centimètre de dislocation, nous pouvons écrire :

$$d\ R_D = 2\ \pi\ L\ (N\ d\ n_s)\ \gamma$$

— ou encore en utilisant les relations (4-4) et (4-5) :

$$d\ R_D = -2\ \gamma\left(\frac{d\ l}{l^3}\right) \qquad (4\text{-}9)$$

En utilisant 4-2 et 4-3 on trouve :

$$R_D = \left(\frac{\gamma\ \beta^2}{b^2}\right)\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2 \qquad (4\text{-}10)$$

Nous retrouvons bien la loi en σ^2 de Blewitt; ceci ne doit pas nous surprendre et résulte en fait de la formule 4-2.

Pour comparer quantitativement nos résultats à ceux de Blewitt il faudrait connaître γ. La seul estimation théorique directe de γ a été effectuée par Hunter et Nabarro [48]; elle donnerait :

$$\gamma \simeq 4 \cdot 10^{21}\ \Omega \cdot \text{cm}$$

Cette valeur est 100 fois trop faible pour donner des résultats comparables avec ceux de Blewitt. Il faut noter cependant que le calcul de Hunter et Nabarro [48] ne s'applique qu'à des dislocations non dissociées.

En mesurant le frottement interne dû aux dislocations, Lücke [56] a montré de même que la densité de dislocations était proportionnelle au carré de la contrainte appliquée.

3.4. - Production de défauts ponctuels

3.4.1. - Généralités.

L'étude de l'influence de la déformation plastique sur la conductivité électrique des cristaux ioniques avait amené Seitz [49] à émettre l'hypothèse que la déformation plastique s'accompagnait d'une création de défauts ponctuels. Cette hypothèse se trouvait confirmée par de nombreuses expériences, notamment celles de Manintveld [50] et de Broom [51]. Ce dernier étudiait le revenu des accroissements de la résistivité et de la dureté d'un cristal écroui à — 196 °C. Il montrait ainsi qu'il y avait production de défauts ponctuels autres que les dislocations.

Les expériences de Blewitt, mentionnées plus haut, permettent de relier l'accroissement de résistivité dû aux lacunes à celui qui provient des dislocations.

Seitz [49] avait émis l'hypothèse que les crans produits au croisement des dislocations étaient susceptibles de monter en créant des défauts ponctuels.

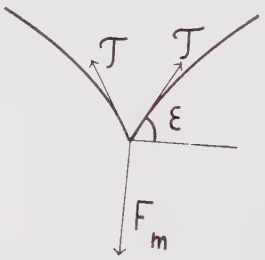
Notre travail permet de préciser ce point de vue en analysant le mécanisme d'interaction d'une dislocation mobile avec la forêt de dislocations perçant son plan de glissement.

Dans le franchissement d'un arbre *répulsif*, le cran formé sur une dislocation mobile peut, le plus souvent, suivre celle-ci par glissement. Nous avons en effet montré dans notre second chapitre que l'angle $2\ \varepsilon$ formé par deux branches de dislocations aboutissant au cran, était très faible, de l'ordre d'une dizaine de degrés environ. Il y a donc peu de chances, sauf pour une dislocation presque vis, pour que le vecteur de Burgers du cran se trouve dans cet angle. Même dans ce cas, il n'est pas certain que la contrainte appliquée fera monter le cran.

Dans le franchissement d'un arbre attractif, l'angle $2\ \varepsilon$ est considérable, sauf dans le cas où l'arbre est presque perpendiculaire à la dislocation mobile ($\varphi \simeq 87°$). Le cran formé ne peut donc, en général, suivre la dislocation mobile par glissement.

La montée du cran est susceptible de produire soit des lacunes, soit des interstitiels. On peut évaluer l'ordre de grandeur de l'angle ε nécessaire dans ces deux cas.

Soit (fig. 4-5) une dislocation portant un cran et supposons que ce cran ne puisse que



4.5. - Montée d'un cran créant des défauts.

monter. Si U_D est l'énergie de formation du défaut ponctuel créé, τ la tension de ligne de la dislocation, l'équation d'équilibre s'écrit [12] :

$$2\ \tau\ b\ \sin\ \varepsilon = U_D$$

or :

$$\tau \simeq \frac{\mu\, b^2}{2}$$

d'où la valeur critique ε_c de l'angle ε :

$$\sin \varepsilon_c = \frac{U_D}{\mu\, b^3}$$

Lorsque le défaut formé est une lacune, $U_D \simeq 0{,}2\ \mu\ b^3$ et $\sin\ \varepsilon_c \simeq 0{,}2$. Cette valeur est atteinte sauf lorsque la dislocation mobile et la dislocation fixe sont presque perpendiculaires.

Lorsque le défaut formé est un interstitiel, $U_D \simeq 0{,}8\ \mu b^3 \sin \varepsilon_c$ de l'ordre de 0,8.

La valeur critique ε_c est relativement importante. Elle correspond à une valeur φ_c de φ voisine de 60°. Nous pourrons donc dire que lorsque l'inclinaison φ est inférieure à une certaine valeur critique φ_c ($\simeq 60°$) les défauts produits peuvent être des lacunes ou des interstitiels.

Lorsque l'inclinaison φ est supérieure à φ_c les défauts produits ne peuvent être que des lacunes.

Lorsque les dislocations sont presque perpendiculaires il n'y a pas de production de défauts.

Nous allons montrer en outre que l'énergie cinétique créée à la fin du processus de franchissement est suffisante pour créer les défauts et permettre la formation du cran.

Reportons-nous en effet à la figure 4-6. Tant qu'il n'y a pas un accroissement notable de l'énergie de ligne, c'est-à-dire tant que x reste inférieur à une quantité de l'ordre de $\frac{l}{D}$, l'énergie cinétique produite E_c est de l'ordre de :

$$E_c \simeq 2\ \sigma\ b\ x\ D \quad \text{avec} \quad \sigma = 0{,}4\ \frac{\mu\, b}{D}$$

d'où

$$E_c \simeq 0{,}8\ \mu b^3 \left(\frac{x}{b}\right) \simeq 4 \left(\frac{x}{b}\right) e\ V$$

L'énergie de formation de défauts est de l'ordre de 1 eV pour une lacune et 4 eV pour un interstitiel. L'énergie E_c est donc sûrement suffisante pour créer une traînée de lacunes et peut suffire à créer des interstitiels.

Nous allons maintenant donner un modèle permettant d'évaluer le nombre de défauts créés. Ce modèle est plus général que celui que nous avons développé pour étudier le durcissement linéaire. Nous appliquerons notre modèle à ce cas particulier.

Le nombre de défauts ponctuels créés à chaque croisement est porportionnel à x, lui-même proportionnel à $\frac{l}{d}$ où d est la distance entre plans cristallins.

Une contrainte $d\sigma$ produit un certain nombre ($N\, d\, n_s$) boucles par unité de volume, ces boucles balayent chacune en moyenne une aire $\mathbf{a}$ et l'on peut écrire [32] :

$$d\ \varepsilon = (N\ d\ n_s)\ \mathbf{a}\ b$$

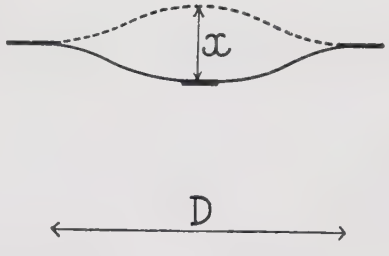
D'après ce que nous avons dit, la concentration en défauts ponctuels est proportionnelle :

a) Au nombre d'arbres attractifs coupés par les boucles mobiles.

Si la forêt de dislocations est à peu près uniforme et si la distance moyenne entre arbres est de l'ordre de l, le nombre N_o d'arbres attractifs coupé par unité de volume est :

$$N_o = \frac{\mathbf{a}\ (N\ d\ n_s)}{\beta'\ l^2} = \frac{d\ \varepsilon}{b\ l^2\ \beta'}$$

où β' est un coefficient numérique caractérisant la proportion d'arbres attractifs dans la forêt.



4.6. - Energie cinétique libérée par la propagation d'une dislocation après une recombinaison.

b) Au nombre de lacunes formées à chaque croisement.

Ce nombre n_o est proportionnel au rapport $\frac{l}{b}$ et peut s'écrire :

$$n_o = \frac{l}{\alpha'\ b}$$

où α' est un coefficient numérique.

Soit n_1 le nombre de lacunes formées par unité de volume :

$$d\, n_1 = n_o\ N_o = \frac{d\ \varepsilon}{\alpha'\ b^2\ \beta'\ l}$$

Nous avons montré que la contrainte σ pouvait s'écrire :

$$\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta\ l} \text{ avec } 2{,}5 \leqslant \beta \leqslant 5$$

D'où :

$$d\, n_1 = \frac{\beta\ \sigma\ d\ \varepsilon}{\alpha'\ \beta'\ \mu\ b^3} \qquad (4\text{-}11)$$

3.4.2. - Application au système C.F.C. dans le stade du durcissement linéaire.

Dans le système C.F.C., un arbre sur trois est attractif, d'où $\beta' \simeq 3$.

En appliquant alors la formule 4-11, il vient :

$$d n_1 = \frac{\beta \sigma d \varepsilon}{3 \alpha' \mu b^3}$$

en reprenant les résultats obtenus au paragraphe 3 :

$$d n_1 = \frac{\sigma d \sigma}{\mu^2} \times \frac{\alpha' b^3}{\alpha \beta^2}$$

$$n_1 = \frac{\alpha \beta^2}{2 \alpha' b^3} \frac{\sigma^2}{\mu^2}$$

Cette loi parabolique correspond bien à celle qui a été trouvée par Blewitt.

La concentration atomique est alors :

$$C_L = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{\alpha \beta^2}{\alpha'} \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$$

avec nos valeurs de α et β il vient :

$$C_L \simeq \frac{5 . 10^{-6}}{\alpha'} \sigma^2$$

où σ est exprimé en kg . mm^{-2}.

Blewitt trouve :

$$C_L = 10^{-6} \sigma^2$$

ce qui correspond à nos résultats en prenant la valeur raisonnable $\alpha' \simeq 5$.

3.4.3. - Généralisation.

Les calculs effectués aux paragraphes 3.4.2. restent valables pour un polycristal, à condition que la dimension des grains soit nettement supérieure à l.

Nous pouvons donc écrire, pour un polycristal C.F.C. :

$$d n_1 = \frac{\beta}{3 \alpha' \mu b^3} \sigma d \varepsilon$$

Dans un agrégat polycristallin, on ne peut déterminer la loi $\sigma(\varepsilon)$. Expérimentalement, les courbes de traction ont une allure vaguement parabolique et tournent leur concavité vers les ε positifs.

Elles peuvent donc être représentées par une équation de la forme :

$$\sigma = A \varepsilon^n \qquad n < 1$$

ce qui donne :

$$n_1 = \frac{3 (n + 1) \alpha' \mu b^3}{A \beta} \varepsilon^{n+1}$$

Ceci signifie que pour un polycristal, la loi de production de lacunes en fonction de l'allongement est intermédiaire entre une parabole et une droite.

Druvesteyn [57] trouve expérimentalement des résultats qualitativement analogues aux nôtres sur des polycristaux d'aluminium.

Wintemberger [52] a opéré sur des aluminiums moins purs. Il ne nous a pas communiqué de courbes de traction. Ses résultats donnent une loi de production de lacunes à peu près linéaire.

4. — CONCLUSIONS GÉNÉRALES

Notre étude montre essentiellement qu'il convient de distinguer deux types d'interaction d'une dislocation, mobile dans son plan de glissement, avec la forêt de dislocations perçant ce plan.

a) Action des dislocations qui attirent la dislocation mobile

Cette action se caractérise par des contraintes de l'ordre de $\frac{\mu b}{2{,}5\ l'}$ indépendantes de la température.

La formation de crans se fait sans nécessiter une activation thermique lorsque l'inclinaison φ de l'arbre est inférieure à une certaine valeur critique φ_c ($\simeq 60°$). Dans le cas contraire, la formation de crans nécessite une activation thermique.

Le cran formé peut créer des défauts ponctuels par montée sauf lorsque l'arbre est presque perpendiculaire à la dislocation mobile.

On peut distinguer deux cas selon que l'inclinaison φ est supérieure ou inférieure à la valeur critique φ_c :

Dans le premier cas il y a uniquement formation de lacunes, dans le second cas il peut se former des lacunes et des interstitiels.

b) Action des dislocations qui repoussent la dislocation mobile

Cette action se caractérise par des contraintes 3 à 4 fois plus faibles que dans le cas précédent. Ces contraintes sont indépendantes de la température.

L'énergie nécessaire à la formation d'une paire de crans au croisement de telles dislocations peut être fournie par l'activation thermique.

Les crans formés sur la dislocation mobile glissent en général et ne participent pas à la production de défauts ponctuels.

Nous avons appliqué ces résultats à l'étude de la limite élastique et du durcissement des métaux cubiques à faces centrées :

a) Nous avons évalué les contraintes à l'intérieur d'un monocristal pur. Nous avons montré que les contraintes dépendant de la température et les contraintes indépendantes de la température suivaient la loi de Cottrell-Stokes. Nous avons montré également que l'expression de Seeger pour la variation des contraintes internes avec la température correspondait à nos résultats.

Nous avons pu enfin déterminer une limite élastique du bon ordre de grandeur.

b) Nous avons construit un modèle de durcissement linéaire qui permet de rendre compte des principaux résultats expérimentaux :

— pente des courbes de traction ;

— longueur des lignes de glissement ;

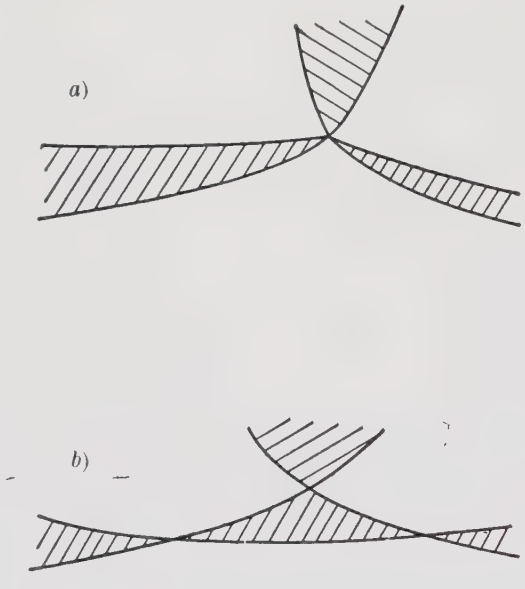
— variation de la densité de dislocations au cours de l'écrouissage.

c) Nous avons donné un modèle pour l'étude de la production de défauts au cours de l'écrouissage.

5. — REMARQUE

Dans tout notre travail, nous avons négligé l'influence de la dissociation des dislocations. Cette influence est évidemment négligeable tant que nous nous limitons à l'étude de contraintes à distance grandes vis-à-vis de la largeur de dissociation.

Les photographies de Hirsch [23] montrent que deux configurations sont possibles lors du croisement de deux dislocations dissociées qui s'attirent (fig. 4-7 *a* et *b*). Pour traiter complètement le problème, il serait nécessaire d'introduire un modèle beaucoup plus compliqué qui donnerait vraisemblablement des résultats du même ordre de grandeur. Il en est de même dans le cas de dislocations qui se repoussent.



4-7 *a*. - Croisement de dislocations dissociées attractives.
4.7 *b*. - Croisement de dislocations dissociées attractives.

ANNEXE CHAPITRE II

1. — INTRODUCTION

Notre but, dans cette annexe, est d'exposer les divers développements mathématiques servant à établir les résultats utilisés au chapitre 2. Les quatre paragraphes qui vont suivre comporteront donc :

— L'étude des propriétés de l'équation d'équilibre d'une dislocation flexible placée dans le champ de contraintes d'une dislocation fixe, rectiligne et rigide. Cette équation n'est autre que l'équation 2-7.

— Les corrections provenant du fait que l'équation 2-7 est celle de la projection de la dislocation mobile sur le plan perpendiculaire à la dislocation fixe.

— L'étude des variations de la contrainte élastique exercée par une barrière de dislocations selon l'écartement des dislocations et la distance à laquelle se trouve la dislocation fixe.

— Les calculs permettant d'évaluer l'énergie d'activation.

2. — FORME D'ÉQULIBRE DE LA DISLOCATION FLEXIBLE

Comme nous l'avons montré, cette forme d'équilibre est donnée par l'équation :

$$\frac{a}{\tau}\ g\ (\theta) = \frac{r}{\rho} \qquad (2\text{-}7)$$

Cette équation relie les coordonnées polaires r et θ en un point d'une solution C, à la valeur du rayon de courbure ρ.

Soit v l'angle du rayon vecteur et du vecteur tangent en un point M d'une courbe quelconque, nous pouvons écrire :

$$\rho = \frac{d\,s}{d\,\theta + d\,v} \qquad d\,s = \frac{r\,d\,\theta}{\sin v} \qquad \text{tg}\ v = \frac{r\,d\,\theta}{d\,r}$$

En portant ces relations dans (2-7), nous pouvons remplacer (2-7) par le système :

$$\frac{A}{\tau}\ g\,(\theta) - \left(1 + \frac{d\,v}{d\,\theta}\right) \sin v = 0 \qquad (A\text{-}1)$$

$$\frac{r\,d\,\theta}{d\,r} = \text{tg}\ v \qquad (A\text{-}2)$$

Etant donné la forme de $g\,(\theta)$, ce système n'est pas soluble littéralement. Nous allons pouvoir cependant étudier certaines de ses propriétés.

a) Propriétés générales

— Le changement simultané de θ en $\theta + \pi$ et de v en $v + \pi$ ne modifie pas les équations (A-1) et (A-2) ; sin v et $g\,(\theta)$ ont d'autre part pour période $2\ \pi$. Nous pouvons donc nous limiter à l'étude des équations (A-1) et (A-2) dans le domaine défini par :

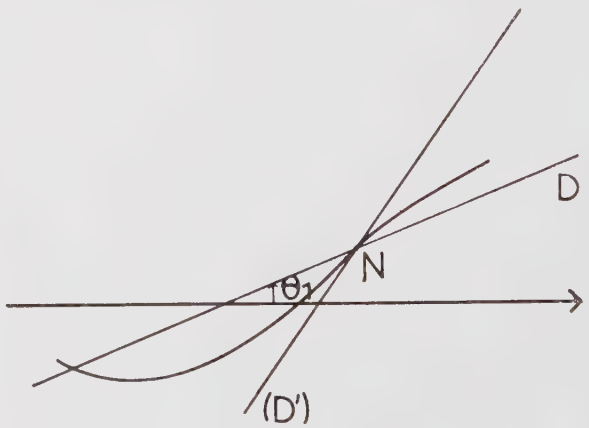
$$-\frac{\pi}{2} \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2} \qquad -\frac{\pi}{2} \leqslant v \leqslant \frac{\pi}{2}$$

— Lorsque $g\,(\theta) = 0$, le rayon de courbure des solutions C est infini; ces solutions présentent donc un point d'inflexion pour toute valeur $\theta = \theta_z$, θ_z étant un zéro de $g\,(\theta)$, et pour ces valeurs seulement.

Ceci permet de démontrer la proposition suivante :

Si $g\,(\theta)$ n'a qu'un zéro dans l'intervalle $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, il n'existe pas de courbe C sans singularité qui soit une boucle entourant l'origine.

Soit en effet θ_z tel que $g\,(\theta_z) = 0$. Une solution C présente un point d'inflexion chaque fois qu'elle coupe la droite $\theta = \theta_z$ et dans ce cas seulement, soit D cette droite (cf. fig. A-1) ;



A-1. - Forme des solutions de l'équation 2-7 lorsque $g\,(\theta)$ ne possède qu'un seul zéro dans l'intervalle $-\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

pour entourer l'origine, la courbe C devrait couper (D) en deux points au moins. Soit N l'un de ces points, D' la tangente à (C) en ce point. On peut admettre par exemple (le raisonnement serait identique dans le cas contraire) que la partie de C, située au-dessous de D, a sa concavité tournée vers l'origine O, la seconde partie, située au-dessus de D, ayant sa concavité tournée dans l'autre sens. Cette seconde partie (à moins de singularités) ne peut revenir vers O sans recouper D. Or, à son intersection avec D, sa concavité change de sens et la solution C ne peut de ce fait revenir vers O. On peut reproduire le raisonnement à chaque intersection, ce qui démontre la propriété.

Lorsque $g(\theta)$ présente trois zéros dans l'intervalle $\left(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$, il n'est pas possible de démontrer la même propriété. On peut remarquer toutefois que si une courbe fermée entourant l'origine était solution, elle aurait 6 points d'inflexion.

— L'équation A-2 peut s'écrire :

$$d\,(\mathrm{Log}\ r) = \frac{d\,\theta}{\mathrm{tg}\ v}$$

Sous réserve de l'existence de l'intégrale

$$\int \frac{d\,\theta}{\mathrm{tg}\ [v(\theta)]}$$

on peut écrire la solution de A-2 :

$$r = r_0 \exp\left[\int \frac{d\,\theta}{\mathrm{tg}\ [v(\theta)]}\right] \qquad \text{(A-3)}$$

où r_0 est la constante d'intégration.

Donc à toute solution $v(\theta)$ de l'équation A-1, correspond, sous la réserve faite plus haut, une famille de solutions C, homothétiques. Le rapport d'homothétie est r_0, le centre d'homothétie est l'origine.

— Les solutions de l'équation A-1 présentent des points singuliers définis par :

$$g(\theta) = 0 \quad v = k\pi$$

k entier positif, négatif ou nul.

— Ces points exceptés, $\frac{d\,v}{d\,\theta}$ est infini pour $v = 0$. Donc, lorsque v tend vers 0, θ est équivalent à v^2 et :

l'intégrale $\int \frac{d\,\theta}{\mathrm{tg}\ v} \simeq \int \frac{d\,\theta}{v} \simeq \int \frac{d\,\theta}{\theta^{1/2}}$

converge lorsque v tend vers 0.

— Pour $g(\theta) = 0$, $\frac{d\,v}{d\,\theta} = -1$.

Il sera nécessaire dans la suite des calculs d'effectuer des développements limités au voisinage des zéros θ_z de $g(\theta)$.

Remarquons qu'en posant :

$$c = \theta_z + v(\theta_z) \quad \text{et} \quad \eta(\theta) = \theta + v - c$$

l'équation A-1 s'écrit :

$$g(\theta) - \frac{d\,\eta}{d\,\theta} \sin(c + \eta - \theta) = 0 \qquad \text{(A-4)}$$

Il apparaît alors que $\eta(\theta - \theta_z)$ est du second ordre en $\theta - \theta_z$. Nous explicitons plus loin ce résultat.

b) Application au système C.F.C.

Dans le système C.F.C. les plans de glissement font, deux à deux, un angle voisin de 70°, d'où $\alpha \simeq 20°$.

Les variables sont les angles ε et ψ et le rapport e.

Si nous voulions effectuer une étude complète, nous devrions, pour chaque configuration des vecteurs de Burgers des deux dislocations, faire varier l'inclinaison de la dislocation fixe sur le plan P'. En faisant varier cette inclinaison, nous modifierions le caractère coin ou vis de la dislocation fixe. Etant donné les symétries, nous nous restreindrons aux cas suivants :

— Pour la dislocation fixe, le vecteur de Burgers $\vec{b}$ sera porté par $O\,x$ ($\varepsilon = \psi$) ou par une droite faisant un angle $\frac{\pi}{3}$ avec $O\,x$ $\left(\varepsilon = \psi + \frac{\pi}{3}\right)$.

— Pour la dislocation mobile, le vecteur de Burgers $\vec{b'}$ sera porté par $O\,x$ ou par les 2

droites faisant avec O x un angle de $\frac{\pi}{3}$, c'est-à-dire que

$$e = \pm \sqrt{3} \text{ ou } e = 0$$

$$-\frac{A}{\tau} \cos \alpha = 0{,}07$$

avec $f_\varepsilon(\theta) = \cos \varepsilon f(\theta)$.

D'où le tableau :

ε	ψ	e	$f_\varepsilon(\theta)$
0	0	$\sqrt{3}$	$-1{,}12 \sin\theta - 1{,}06 \cos\theta \cos 2\theta - 1{,}73 \sin\theta \cos 2\theta$
		$-\sqrt{3}$	$1{,}12 \sin\theta - 1{,}06 \cos\theta \cos 2\theta + 1{,}73 \sin\theta \cos 2\theta$
		0	$-1{,}06 \cos\theta \cos 2\theta$
30	30	$\sqrt{3}$	$1{,}05 \sin\theta - 1{,}96 \cos\theta \cos 2\theta - 2{,}62 \sin\theta \cos 2\theta$
		$-\sqrt{3}$	$0{,}9 \cos\theta + 1{,}27 \sin\theta + 0{,}59 \cos\theta \cos 2\theta + 0{,}7 \sin\theta \cos 2\theta$
		0	$0{,}45 \cos\theta + 1{,}16 \sin\theta - 0{,}69 \cos\theta \cos 2\theta - 0{,}97 \sin\theta \cos 2\theta$
60	60	$\sqrt{3}$	$-\cos\theta + 0{,}46 \sin\theta - 0{,}87 \cos\theta \cos 2\theta - 1{,}08 \sin\theta \cos 2\theta$
		$-\sqrt{3}$	$-0{,}19 \sin\theta + 0{,}60 \cos\theta \cos 2\theta + 0{,}43 \sin\theta \cos 2\theta$
		0	$-0{,}5 \cos\theta + 0{,}13 \sin\theta - 0{,}14 \cos\theta \cos 2\theta - 0{,}33 \sin\theta \cos 2\theta$
0	— 60	$\sqrt{3}$	$1{,}76 \cos\theta + 1{,}10 \sin\theta - 0{,}53 \cos\theta \cos 2\theta - 0{,}86 \sin\theta \cos 2\theta$
		$-\sqrt{3}$	$1{,}76 \cos\theta - 1{,}10 \sin\theta - 0{,}53 \cos\theta \cos 2\theta + 0{,}86 \sin\theta \cos 2\theta$
		0	$1{,}76 \cos\theta - 0{,}53 \cos\theta \cos 2\theta$?
— 60	0	$\sqrt{3}$	$-1{,}16 \sin\theta + 1{,}21 \cos\theta \cos 2\theta - 0{,}85 \sin\theta \cos 2\theta$
		$-\sqrt{3}$	$-0{,}61 \sin\theta - 1{,}74 \cos\theta \cos 2\theta + 2{,}15 \sin\theta \cos 2\theta$
		0	$-0{,}88 \sin\theta - 0{,}27 \cos\theta \cos 2\theta + 0{,}65 \sin\theta \cos 2\theta$
30	— 30	$\sqrt{3}$	$1{,}1 \sin\theta$
		$-\sqrt{3}$	$2{,}45 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$
		0	$0{,}94 \cos(\theta - 0{,}33)$

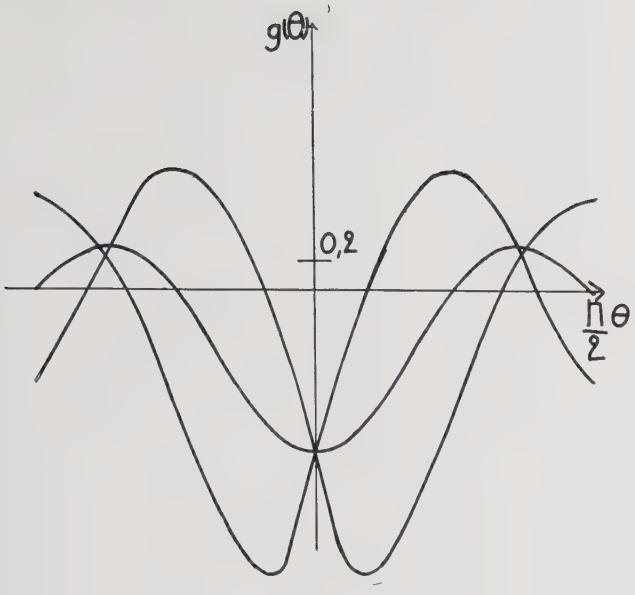
Nous avons représenté certaines fonctions $f_\varepsilon(\theta)$ sur les figures A-2 et A-3. De plus l'équation 2-7 a été complètement résolue à l'aide d'une machine analogique pour $\varepsilon = \psi = 0$, $e = \sqrt{3}$. Les résultats sont représentés sur les figures A-7 et A-9.

Remarquons que dans ces cas $f(\theta)$ présente trois zéros et que les solutions C obtenues ne sont pas des courbes fermées. Ceci confirme l'hypothèse que de telles boucles ne peuvent exister.

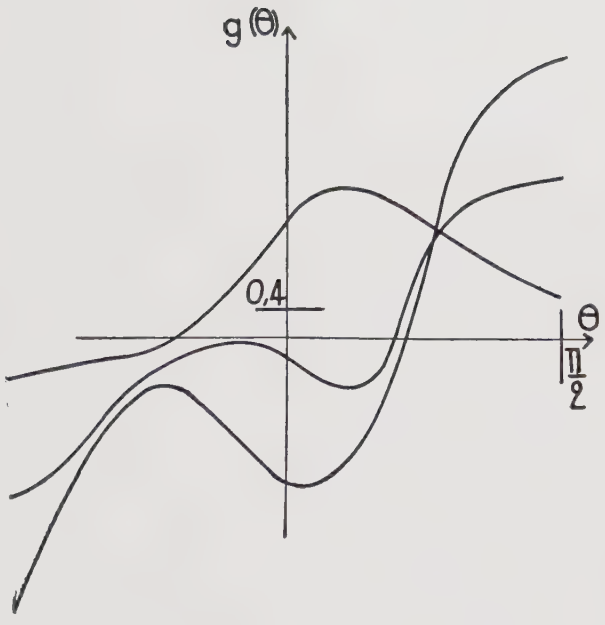
c) Développements limités

Avant d'effectuer le développement de $\eta(\theta)$ remarquons qu'il cesse d'être valable lorsque $v(\theta_z)$ devient nul. L'examen des courbes 2-4 montre que l'on peut considérer ce développement comme valable dès que $v(\theta_z) > 10°$ à 15°.

Nous effectuerons ces développements de manière différente suivant les cas.



A-2. - Courbe $f_0(\theta)$
$\psi = 0 \quad e = 0, +\sqrt{3}, -\sqrt{3}.$



A-3. - Courbe $f_{30}(\theta)$ $\psi = 30.$

— Dans le cas des courbes A-2, par exemple, nous pouvons représenter $g(\theta)$ par une succession de paraboles. L'intervalle entre deux zéros consécutifs étant relativement faible, un développement au second ordre donne des résultats satisfaisants en confrontant les résultats du développement avec ceux obtenus à la machine analogique, l'erreur trouvée est toujours inférieure à 20 %, les résultats obtenus à l'aide du développement ayant tendance à surestimer la variation de η).

Il est alors logique de poser, si θ_{z0} et θ_{z1} sont deux zéros consécutifs :

$$l = \frac{\theta - \theta_{z0}}{\theta_{z1} - \theta_{z0}} \qquad \eta(\theta) = C' l^2 (1 + B' l)$$

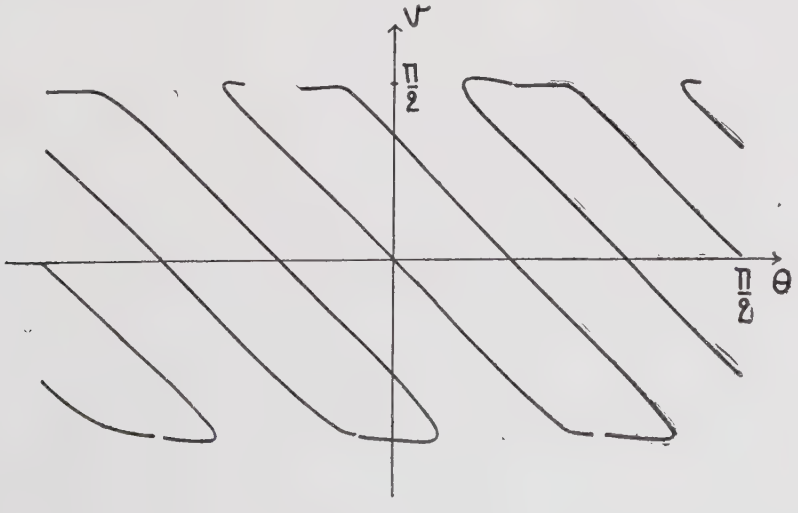
$$g(\theta) = C\, l (1 + B\, l)$$

avec $$C' = \frac{C\, \theta'}{2 \sin v(\theta_{z0})}$$

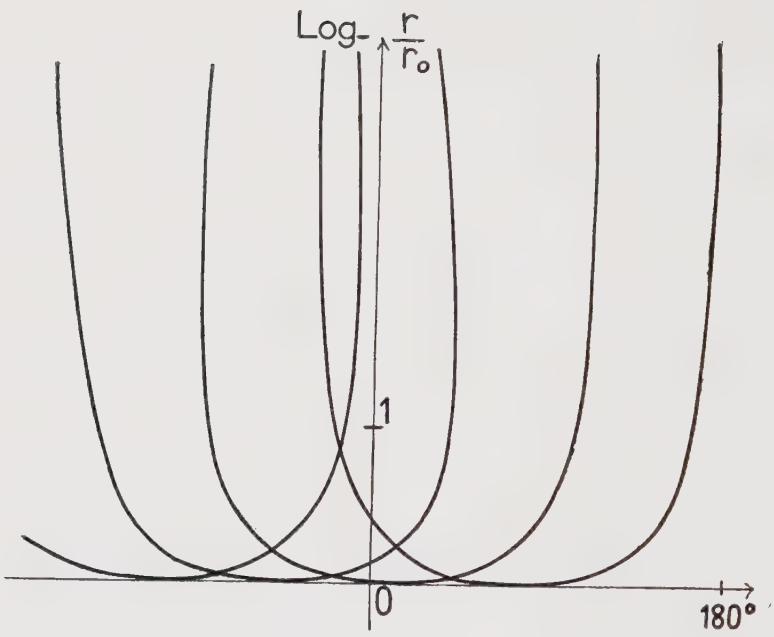
$$B' = \frac{2}{3}\left(B + \frac{\theta'}{\operatorname{tg}[v(\theta_{z0})]}\right)$$

$$\theta' = \theta_{z1} - \theta_{z0}$$

$$B = -1 \qquad C = 4 \text{ [max de } g(\theta)]$$



A-4. - Courbes $v(\theta)$.



A-5. - Courbes donnant Log $\frac{r}{r_o}$ en fonction de θ.

— Lorsque $g(\theta)$ est une fonction sinusoïdale, un développement au troisième ordre est nécessaire, étant donné l'amplitude $\theta_{z1} - \theta_{zo}$ entre deux zéros consécutifs :

Nous écrirons alors, après une rotation de l'axe polaire permettant de mettre $g(\theta)$ sous la forme $a \sin \theta$:

$$g(\theta) = a \sin \theta \simeq a\,\theta\,(1 - 0{,}06\,\theta - 0{,}11\,\theta^2)$$

$$\eta(\theta) = a'\,\theta^2\,(1 + b'\,\theta + c'\,\theta^2)$$

$$a' = \frac{\upsilon}{2 \sin \upsilon\,(\theta_{zo})}$$

$$b' = -0{,}04 + \frac{0{,}66}{\operatorname{tg} \upsilon\,(\theta_{zo})}$$

$$c' = 0{,}195 + \frac{0{,}03}{\operatorname{tg} \upsilon\,(\theta_{zo})} + \frac{1}{2 \operatorname{tg}^2 \upsilon\,(\theta_{zo})} - \frac{a}{4}\,\frac{\cos \upsilon\,(\theta_{zo})}{\sin^2 \upsilon\,(\theta_{zo})}$$

Ce développement n'est en principe valable que pour $\theta \leqslant \frac{\pi}{2}$; des considérations de symétrie permettent cependant de le raccorder à un développement analogue valable entre $\frac{\pi}{2}$ et π.

— Pour les autres courbes, nous n'avons pu obtenir aucun résultat satisfaisant valable dans un grand intervalle.

3. — CALCUL DES CONTRAINTES EXERCÉES PAR LA BARRIÈRE

Reportons-nous au chapitre 2, paragraphe 3. La détermination des grandeurs physiques intéressantes — contraintes exercées par la barrière en fonction de la distance de la dislocation mobile à celle-ci — nécessite la connaissance de trois paramètres :

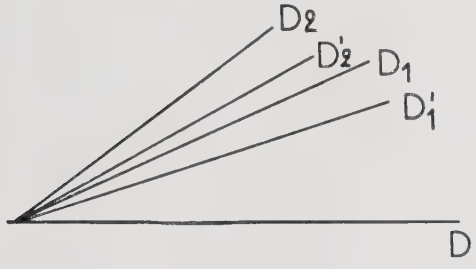
L'angle Δ des tangentes en A et B à la courbe L', la distance δ de la dislocation mobile à la dislocation fixe et la longueur AB = l_o. En fait ces grandeurs sont déterminées à partir de leurs homologues Δ', l'_o, δ' obtenues sur la projection L" des courbes L' sur le plan X_1OX_2. Nous devons donc résoudre deux problèmes :

— Calculer les valeurs Δ', l'_o et δ' ;

— A partir de ces valeurs, déterminer Δ, l_o et δ.

a) Si, θ_A v_A, θ_B, v_B sont les valeurs prises par θ et v en A et B (cf. fig. 2-6), nous avons : $\Delta' = \theta_B + v_B - (\theta_A + v_A) = \eta_B - \eta_A$.

La connaissance de la solution complète de 2-7 n'est donc pas nécessaire pour déterminer la contrainte exercée sur la dislocation mobile. Seule importe la variation de η, que nous pouvons étudier en fonction de la distance δ' et de l'orientation moyenne c' de la dislocation mobile. Cette étude peut être conduite à l'aide des développements limités et des constructions graphiques sur la figure 2-7.



A-6. - Corrections dues à l'antiprojection.

b) Reportons-nous à la figure A-6. Soient D l'intersection des plans $x\,O\,y$ et X_1OX_2, D'_1 et D'_2 deux droites du plan X_1OX_2, telles que l'angle $(D, D'_1) = \omega'$ et l'angle $(D'_1, D'_2) = \Delta'$, φ l'angle des plans X_1OX_2 et $x\,O\,y$; on peut alors écrire, avec des notations évidentes que les antiprojections de D_1, D_2 dans $x\,O\,y$ sont telles que :

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{1}{\cos\varphi}\operatorname{tg}\omega' \qquad \operatorname{tg}\Delta = \frac{\operatorname{tg}\Delta'\cos\varphi}{1 - \sin^2\varphi\cos\omega}$$

$$\frac{l_0}{l'_0} = \frac{\sin\omega}{\sin\omega'} \qquad \delta = \frac{\delta'}{\cos\varphi}$$

Avec la géométrie de la figure (2-1), nous pouvons déterminer la position de la droite D, intersection des plans $x\,O\,y$ et X_1OX_2, et l'angle φ, de $O\,z$ et OX_3.

Il vient : $\cos\varphi = \cos\varepsilon\cos\alpha$

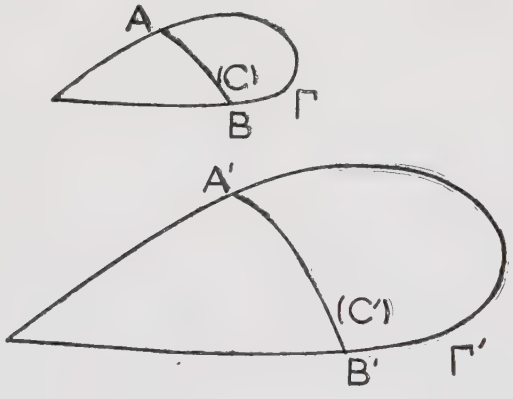
et l'équation de la droite (D) est :

$$X_1 \sin\varepsilon\cos\alpha + X_2\sin\alpha = 0.$$

4. — CALCUL DES ÉNERGIES D'ACTIVATION

Reprenons le modèle développé au paragraphe 3 du chapitre 2. Etant donné une cission extérieure σ_0, nous traçons la courbe (Γ) : $r = \dfrac{A f(\theta)}{\sigma_0 b}$ et, à partir de l'angle des tangentes en A et B (cf. fig. 2-7), nous déterminons l'écartement l entre les dislocations de la barrière, de façon à obtenir un résultat périodique. Nous trouvons ainsi, pour $\sigma = \sigma_0$, et pour une orientation donnée, une courbe $l\ (\sigma_0, \delta)$ où δ est la variable et σ_0 un paramètre.

Si nous remplaçons maintenant la cission σ_0 par une cission $k\,\sigma_0$, la courbe (Γ) se transforme en son homothétique Γ'; soit A' l'homologue de A dans cette transformation, T' l'homologue de la tangente T en A à la courbe (C) solution de (2-7), soit C' une courbe solution de 2-7 passant par A', tangente à T'



A-7. - Construction d'une solution se déduisant d'une autre par homothétie.

(cf. fig. A-7). D'après les propriétés des courbes C, il existe une courbe C' passant par B', homothétique de la courbe C dans l'homothétie $\dfrac{1}{k}$.

Nous pouvons donc faire correspondre à l'ensemble des nombres (σ_0, l, δ), l'ensemble $\left(k\,\sigma_0, \dfrac{l}{k}, \dfrac{\delta}{k}\right)$.

Donc :

$$k\, l\left(k\,\sigma,\ \frac{\delta}{k}\right) = l\,(\sigma,\ \delta).$$

Nous avons déterminé pour une orientation donnée, une courbe $l\,(\sigma_o,\ \delta)$ où σ_o est un paramètre. Nous obtiendrons les courbes $l\,(\sigma,\ \delta)$, à partir de $l\,(\sigma_o\ \delta)$ par des homothéties, d'origine O et de rapport variable. L'examen du réseau L des courbes $l\,(\sigma,\ \delta)$ tracées figure A-8 nous conduit à séparer le plan (l, δ) en trois régions :

Région 1 :

$$l\,(\sigma,\ \delta) = \frac{\mu\ b}{\beta\ \sigma}$$

Cette région est limitée par la droite $l = a\ \delta$.

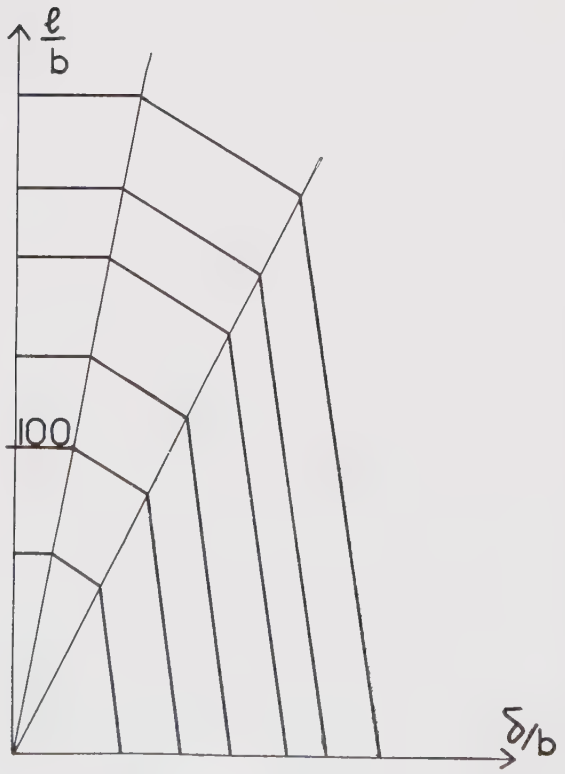
Dans notre cas particulier $\beta \simeq 15 \quad a \simeq 5{,}5$.

Région 2 :

$$l\,(\sigma,\ \delta) = p\ \delta + \left(1 - \frac{p}{a}\right)\frac{\mu\ b}{\beta\ \sigma}$$

Cette région est limitée par les droites : $l = a\ \delta$ et $l = f\ \delta$

Ici $f \simeq 2 \quad p \simeq -0{,}63$.



A-8. - Réseau L.

Région 3 :

Les courbes $l\,(\sigma_o, \delta)$ sont des droites de pente q. Cette région est limitée par $l = f\ \delta$ et par l'axe des δ. Ici $q \simeq -7$.

Ces résultats permettent de déterminer le réseau Σ des courbes $\sigma\,(l, \delta)$ où l est cette fois un paramètre. A l'exception des droites $l = \frac{\mu\ b}{\beta\ \sigma}$ les droites du réseau L se transformeront en hyperboles équilatères. Le plan des $(\sigma, \delta$ est lui aussi partagé en trois régions (cf. fig. 2-4) homologues des précédentes :

Région 1 :

Elle est limitée par l'axe des σ et par l'hyperbole $\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta\ a\ \delta}$. Dans cette région les courbes $\sigma\,(l, \delta)$ sont les droites $\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta\ l}$.

Physiquement nous pouvons constater que la longueur du palier est inversement proportionnelle à la cission exercée par la barrière ou encore proportionnelle à l'écartement des dislocations qui la constituent.

Région 2 :

On montre alors que les courbes $\sigma\,(l, \delta)$ sont des hyperboles équilatères d'équation :

$$\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta}\ \frac{1 - \frac{p}{a}}{l - p\ \delta}$$

Cette région est limitée par les hyperboles :

$$\sigma = \frac{\mu\ b}{\beta\ a\ \delta} \qquad \text{et } \sigma = \frac{\mu\ b}{\beta}\ \frac{1 - \frac{p}{a}}{(f - p)\ \delta}$$

sur une courbe donnée la valeur maximum de δ dans la région 2 est :

$$\delta_M = \frac{l}{f}$$

On calcule alors le rapport des cissions aux extrémités de la région :

$$\frac{\sigma\ \min}{\sigma\ \max} = \frac{f}{a}\ \frac{a - p}{f - p}$$

ANNEXE CHAPITRE III

I. — INTRODUCTION

Cette annexe a pour but de préciser le détail des calculs effectués aux paragraphes 2 et 3.

Au paragraphe 2, nous montrerons comment nous avons étudié systématiquement les divers paramètres entrant dans la définition de la cission réduite γ.

Au paragraphe 3, nous montrerons comment nous étudions la valeur limite de la cission réduite exercée par une barrière de dislocations très inclinées sur le plan de glissement d'une dislocation mobile.

2. PREMIER MODÈLE

2.1. - Généralités

Avec les notations de la figure 3-4, nous pouvons écrire les relations géométriques simples suivantes :

$$OD = 2\ k\ l \qquad AB = 2\ l$$

$$OD' = l\,\frac{\sin\ (\varphi_1 - \varphi)}{\sin\ \varphi_1}$$

$$OD' + D'D \cos\ \beta = 2\ k\ l \cos\ \alpha$$

$$DD' = 2\ k\ l\ \frac{\sin\ \alpha}{\sin\ \beta} = 2\ R \sin\ \varepsilon$$

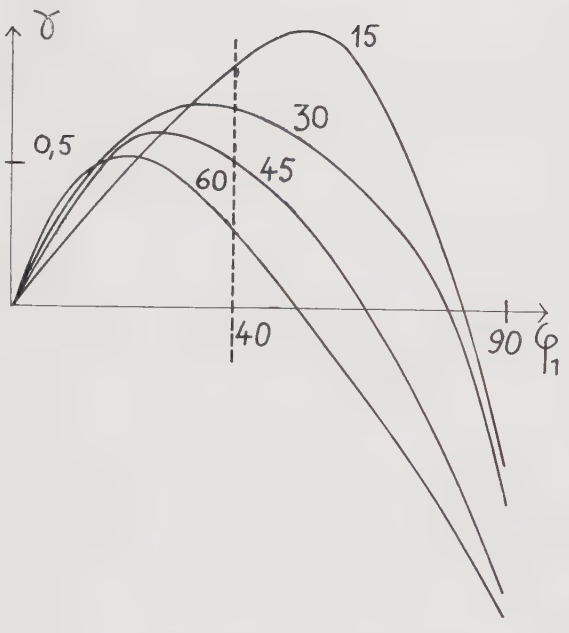
Admettons, comme au chapitre précédent, que les dislocations ont une tension de ligne $\tau \simeq \frac{\mu\ b^2}{2}$ et que nous définissons une cission réduite par :

$\sigma = \frac{\gamma\ \mu\ b}{2\ k\ l}$, où σ est la contrainte extérieure.

Ecrivons alors l'équilibre des points triples et des arcs de dislocations :

$$\sigma\ b = \frac{\tau}{R} \qquad \text{(A-1)}$$

$$\cos\ \varphi_1 + \cos\ (\beta + \varepsilon) = 1 \qquad \text{(A-2)}$$



A-1. Courbes $\gamma_{\alpha,\ 40}\ (\varphi_1)$

En tenant compte des relations géométriques écrites plus haut, nous avons :

$$\gamma = \frac{\sin\ \beta\ \sin\ \varepsilon}{\sin\ \alpha} \qquad \text{(A-3)}$$

$$\frac{\sin\ (\varphi_1 - \varphi)}{\sin\ \varphi_1} = 2\ k\ \sin\ (\beta - \alpha) \qquad \text{(A-4)}$$

Le système des équations (A-2), (A-3) et (A-4) comporte trois inconnues (ε, β, γ) et 4 paramètres (φ_1, φ, α, k). Pour résoudre ce système nous procédons comme suit : nous étudions tout d'abord ce qui se passe lorsque k est égal à 1.

Dans ce cas simple, nous fixons tout d'abord α et φ et pouvons alors tracer une courbe $\gamma_{\alpha\varphi}\ (\varphi_1)$ décrivant la variation de la cission réduite avec φ_1.

En maintenant constante la valeur de α nous faisons varier φ et obtenons un réseau de courbes $\gamma_\alpha\ (\varphi, \varphi_1)$. Nous faisons alors varier α et traçons une série de réseaux de courbes.

2.2. - Résultats

Nous avons effectué les calculs numériquement pour $\alpha = 15°, 30°, 45°, 60°, 75°$ et $\varphi = 20°, 40°, 60°, 80°$.

Nous avons représenté figure A-1 les courbes $\gamma_{\alpha\,40}(\varphi_1)$. Toutes les autres courbes présentent qualitativement les mêmes caractères.

a) Il existe une valeur de φ_1 pour laquelle la cission réduite γ est maximum.

Ceci est analogue au résultat obenu au paragraphe 2 de ce chapitre.

b) Les courbes présentent une portion négative. Ceci tient au fait que les deux points triples jouent un rôle dissymétrique :

Reportons-nous à la figure 3-4. Nous voyons aisément que lorsque, sous l'action d'une contrainte σ, l'arc CC' prend une certaine forme d'équilibre, l'arc DD' ne peut prendre une forme d'équilibre symétrique de la première par rapport à O que sous l'action d'une contrainte égale et de sens contraire à σ.

En conséquence, sous l'action d'une contrainte, et avec les conventions de notre figure, le point C' se déplace vers la gauche, plus rapidement que D', lorsque la contrainte σ augmente.

2.3. - Moyennes

A partir des courbes $\gamma_{\alpha\varphi}(\varphi_1)$, nous pouvons déterminer la contrainte maximum $\gamma_M(\alpha, \varphi)$.

Pour une valeur de l'orientation α de la dislocation mobile, il est possible de calculer la moyenne de $\gamma_M(\alpha, \varphi)$ sur toutes les orientations. Pour les mêmes raisons qu'au chapitre II, nous pondérerons les valeurs de la cission réduite par sin φ.

Nous calculons donc :

$$\gamma_M(\alpha) = \frac{\int_0^{\pi/2} \gamma_M(\alpha, \varphi) \sin \varphi \, d\varphi}{\int_0^{\pi/2} \sin \varphi \, d\varphi}$$

En recommençant pour chaque valeur de α, nous obtenons la courbe représentée figure 3-5.

Nous pouvons alors effectuer la moyenne γ suivant α et obtenir les résultats décrits au chapitre 3.

Nous avons opéré de façon identique pour calculer la valeur moyenne du rapport ρ.

2.3. - Remarque

Lorsque le rapport $k = \frac{CD}{AB}$ augmente, nos calculs montrent que la valeur moyenne de la cission réduite est très peu modifiée.

L'étude détaillée de ce qui se passe lorsque k est inférieur à l'unité ne présente pas d'intérêt physique ainsi que nous le montrerons au chapitre 4.

3. — VALEURS LIMITES DES CONTRAINTES INTERNES

Reportons-nous au problème étudié au chapitre 3. On voit aisément que :

a) Si $\varphi = \frac{\pi}{2}$ les dislocations de la barrière sont perpendiculaires à l'intersection de leur plan de glissement avec celui de la dislocation fixe. La recombinaison ne se produit pas et $\gamma_M\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

b) Si φ tend vers 0, les contraintes internes correspondantes sont infinies.

Nous constatons également que φ_{1M} tend vers $\frac{\pi}{2}$ lorsque φ tend vers 0.

Précisons cette remarque par un calcul et posons :

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$$

Les équations (3-6) et (3-7) deviennent :

$$\cos \varepsilon = 1 - \sin \theta \qquad \text{(A-5)}$$

$$\gamma = \frac{\sin \varepsilon}{1 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta} \qquad \text{(A-6)}$$

$$\frac{d\gamma}{d\theta} = \frac{(1 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta) \cos \varepsilon \frac{d\varepsilon}{d\theta} - \frac{\sin \varepsilon \sin \varphi}{\cos^2 \theta}}{(1 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta)^2} \qquad \text{(A-7)}$$

Calculons $\frac{d\varepsilon}{d\theta}$ à partir de l'équation (A-5) et portons les résultats dans l'équation (A-7).

Il vient :

$$\frac{d\gamma}{d\theta} = \frac{(1 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta)(1 - \sin \theta) \cos^3 \theta + [(1 - \sin \theta)^2 - 1] \sin \varphi}{\cos^2 \theta (1 - \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta)^2 [1 - (1 - \sin \theta)^2]^{1/2}} \qquad \text{(A-8)}$$

La valeur γ_M est obtenue pour $\frac{d\gamma}{d\theta} = 0$.

En égalant (A-8) à 0 et en faisant un développement en φ, on montre aisement que

$$\theta \simeq \frac{\varphi}{2} .$$

En portant cette valeur dans l'équation et en faisant un développement limité en φ, on trouve :

$\gamma_M(\varphi) \simeq \varphi^{-3/2}$ lorsque φ tend vers 0.

Pour les mêmes raisons que précédemment, les moyennes en $\gamma_M(\varphi)$ doivent être pondérées par sin φ et :

$$\int_0^{\Pi/2} \sin \varphi \, \gamma_M(\varphi) \, d\varphi$$

est intégrable au voisinage de O.

BIBLIOGRAPHIE

1. Taylor G. I. — *Proc. Roy. Soc.* A 145 (1934), 362.

2. Mott N. F. — *Phil. Mag.* 43 (1952), 1151.

3. Hirsch P. B. — Aachen Colloquium (1958).

4. Friedel J. — *Proc. Roy. Soc.* A 242 (1957), 147.

5. Seeger A. — *Phil. Mag.* 45 (1954), 771.

6. Frank F. C. — Symposium Plastic Deformation of crystalline Solids, Pittsburgh (1950).

7. Lücke K., Masing G., Schröder K. — *Z. Metallik.* 46 (1955), 792.

8. Clarebrough L. M., Hargreaves M. E. — *Progress in Metal Physics.* 8 (1959), 1.

9. Andrade E. N. Da C, Henderson C. — *Phil. Trans.* 244 (1951), 177.

10. Friedel J. — *Phil. Mag.* 46 (1955), 1169.

11. Jaoul B., Bricot I., Lacombe P. — *Revue de Métallurgie.* LIV, n° 10 (1957).

12. Friedel J. — Les dislocations. Gauthier-Villars, Paris (1956).

13. Schmidt E., Boas (W.). — Kristallplastizität. Berlin (1936).

14. Cottrell A. H., Stockes R. J. — *Proc. Roy Soc.* London A, 233 (1955), 17.

15. Frenkel J. — *Zeit. Phys.* 37 (1926), 572.

16. Orowan E. — *Zeit. Phys.* 89 (1934), 614.

17. Polanyi M. — *Zeit. Phys.* 89 (1934), 660.

18. Volterra V. — *Ann. Ec. Norm. Sup.* (3), 24 (1907), 400.

19. Burgers J. M. — *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.* 42 (1939), 293.

20. Peierls R. — *Proc. Phys. Soc.* 52 (1940), 34.
Nabarro F. R. N. — *Proc. Phys. Soc.* 59 (1947), 256.

21. Frank F. C., Read W. T. — *Phys. Rev.* 79 (1950), 722.

22. Guinier A. — Determination by X-rays of internal strains in metals and alloys. Proc. of the Symposium on the Internal Stresses and fatigue in metals. *Detroit and Warren* (1958), 83.

23. Hirsch P. B. — *Ibid* 139.

24. Dash W. C. — *J. Appl. Phys.* 27 (1956), 1387.

25. Hedges J. M., Mitchell J. W. — *Phil. Mag.* 44 (1953), 223.

26. Jacquet P. A. — *Acta Metal.* 2 (1954), 752.

27. Cottrell A. H. — *Phil. Mag.* 42 (1952), 645.

28. Heidenreich R. D., Shockley W. — Conférence de Bristol. Londres (1948).

29. Frank F. C. — *Proc. Phys. Soc.* A 62 (1949), 202.

30. Lomer W. H. — *Phil. Mag.* 42 (1951), 1327.

31. Eshelby J. D., Frank F. C., Nabarro F. R. N. — *Phil. Mag.* 42 (1951), 351.

32. Cottrell A. H. — Dislocations and plastic flow in crystals. *Clarendon Press.* Oxford (1953).

33. Friedel J. — Cf. référence 22, p. 220.

34. Gilman. — *J. Appl. Phys.*, 30, 2, 129 (1959).

35. Low J. R. — Gen. *Electric* Res. Lab. (août 1959, report n° 59 RL 2262 M.

36. Mott N. F., Nabarro F. R. N. — Conférence de Bristol, 1948. Londres.

37. Mott N. F. — *Proc. Roy. Soc.* A 220, 1 (1953).

38. Cottrell A. H. — *Phil. Mag.* 43 (1952), 645.

39. Whelan J. — Ph. D. Dissertation, University of Cambridge (1958).

40. Nabarro F. R. N. — *Adv. Phys.* 1 (1952), 271.

41. Peach M., Koehler J. S. (1950). — *Phys. Rev.* 80, 436.

42. Bailey et Hirsch P. B. — *Phil. Mag.* Août 1960.

43. Seeger A. — Handbuch der Physik. 7 (1956), 383. Berlin.

44. Amelynckx. — *Acta Metal.* 6 (1958).

45. Mitchell. — Non publié.

46. Seeger A. et als. — *Phil. Mag.* 2 (1957), 323.

47. Blewitt T. H. et als. — Conférence de Bristol (1954). Londres.

48. Hunter S. C. et Nabarro F. R. N. — *Proc. Roy. Soc.* A 220, (1953), 542.

49. Seitz F. — *Adv. Phys.* 1, 43.

50. Manintveld J. A. — *Nature.* 169 (1952), 623.

51. Broom T. — *Adv. Phys.* 3, 26 (1954).

52. Wintemberger H. — *Acta Met.* 7 (1959), 549.

53. Basinski Z. S. — *Phil. Mag.* 4 (1959), 393.

54. Haasen P. — *Phil. Mag.* 3 (1958), 384.

55. Makin M. J. — *Phil. Mag.* 3 (1958), 309.

56. Granato A. et Lücke K. — *J. Appl. Phys.* 27 (1956), 583.

57. Druvesteyn. — Communication privée.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à M. le Professeur Jacques Friedel, sous la direction de qui a été accompli ce travail.

Je remercie également tous ceux qui ont aidé à l'élaboration ou à la présentation de cette thèse : notamment, M. M. Henon, Attaché de Recherches au C.N.R.S., qui a bien voulu résoudre l'équation 2-7 avec une machine analogique de sa conception, et les Drs B. Jaoul et J. Whelan, qui m'ont permis d'utiliser leurs photographies pour illustrer ce texte.

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Propriétés électriques des dislocations dans les cristaux ioniques

---

VU ET APPROUVÉ :
Paris, le 15 juillet 1960.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
J. PÉRÈS.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
Jean SARRAILH.